



# **UNIVERSIDAD DE CUENCA**

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

**“Elaboración de material didáctico para sistemas de referencia y otros  
elementos de la geometría analítica plana como apoyo a la física”**

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Licenciada  
en Ciencias de la Educación en  
Matemáticas y Física.

**Autora:**

María Gabriela Vázquez González

CI: 0301891768

**Director:**

Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

CI: 1704208816

Cuenca-Ecuador

25-julio-2019

---

## RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo disminuir el grado de abstracción de la asignatura de Geometría Analítica Plana y su apoyo a la Física, mismo que se realizó en la Universidad de Cuenca en la carrera de Matemáticas y Física.

Está estructurado en tres partes, las cuales están ordenadas y secuenciadas de acuerdo al esquema, el mismo que consta de una parte teórica, su parte estadística y por último la propuesta educativa.

Como primera parte se ha propuesto un marco teórico, el cual se enfoca en la corriente pedagógica constructivista que, a su vez, busca consolidar la propuesta educativa planteada.

Dentro de este proyecto se aplicaron técnicas de estudio como la encuesta y entrevista, mismas que dieron como resultado la difícil comprensión de la asignatura por parte del 40,00% de los estudiantes encuestados, debido a la falta de recursos didácticos empleados en esta materia, de esta manera se pudo evidenciar la problemática.

Finalmente, con los insumos contruidos se propone una guía didáctica que consta de diez clases para poder alcanzar el objetivo planteado, la cual oriente al docente de manera que pueda hacerse el uso adecuado de los materiales contruidos y que de esta manera se mejore el proceso de enseñanza aprendizaje.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría. Constructivismo. Guía didáctica. Aprendizaje significativo. Cónicas. Material concreto

---

## ABSTRACT

The objective of this paper is to decrease the degree of abstraction of the subject of Flat Geometric Analysis and its support to Physics, which was done at the University of Cuenca in the Mathematics and Physics career.

It is structured in three parts, which are arranged and sequenced according to the scheme, which consists of its theoretical part, its statistical part and finally its educational proposal.

Like its first part, a theoretical framework has been proposed, which focuses on the constructivist pedagogical that, in turn, seeks to consolidate the suggested educational proposal.

Within this project, study techniques such as the survey and the interview were applied, which resulted in a difficult understanding of the topic by 40% of the students surveyed due to the lack of didactic resources used in this subject. In order that we could obtain better results which allowed to highlight the problem.

Finally, with the statistical results, we propose a didactic guide that consists of ten classes to reach the proposed goal, which stimulates the teacher, so that the proper use of the constructed materials can be made and in this way the teaching and learning process improves.

**Keywords:** Geometry. Constructivism. Didactic Guide. Significant learning. Conics. Concrete material.

## Contenido

<b>RESUMEN .....</b>	<b>2</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>3</b>
<b>Capítulo I.....</b>	<b>10</b>
1.1 Corrientes pedagógicas .....	10
1.2 Dificultad de aprendizaje .....	15
1.3 Material didáctico para la enseñanza de Geometría Analítica .....	17
<b>Capítulo II.....</b>	<b>21</b>
2.1 Metodología .....	21
2.1.1 Encuesta .....	21
2.1.2 Entrevista .....	22
2.2 Análisis de información .....	22
<b>Capítulo III.....</b>	<b>39</b>
3.1 Propuesta.....	39
2.1.1 Estructura de la propuesta .....	39
Validación de la propuesta .....	41
Conclusiones .....	109
Recomendaciones .....	110
Referencias .....	111
Anexos .....	114



---

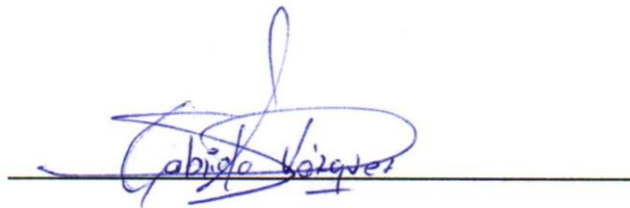
Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio  
Institucional

---

María Gabriela Vázquez González en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Elaboración de material didáctico para sistemas de referencia y otros elementos de la geometría analítica plana como apoyo a la física", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 25 de julio de 2019



María Gabriela Vázquez González

C.I: 0301891768

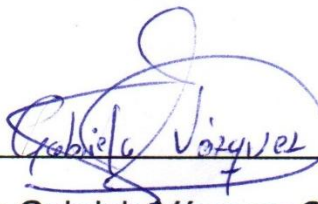
---

### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

María Gabriela Vázquez González, autora del trabajo de titulación “Elaboración de material didáctico para sistemas de referencia y otros elementos de la geometría analítica plana como apoyo a la física”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 25 de julio de 2019



---

María Gabriela Vázquez González

C.I: 0301891768

## **Dedicatoria**

Este logro va principalmente para mi adorada Milagros Alejandra, que se ha convertido en la mayor inspiración para continuar con este objetivo; todo lo hago y siempre lo haré por usted. A mi July, porque antes de que me regalara tan grande dicha, ella ha sido mi razón para seguir y no decaer; esto va por ti hermanita. A mis padres, Carlos y Bertha, por ser mis pilares fundamentales, por su amor, preocupación, entrega y por todo su apoyo en este camino. A mi prima y mejor amiga, Mayle que ha estado en cada logro y derrota.

Gabby

---

## Agradecimiento

Primero agradezco a Dios por su inmenso amor, por todo lo bueno y malo que ha puesto en mi camino y por ayudar a levantarme de cada caída.

Gracias infinitas a mi Milagros, por llegar a ser mi motor y la más grande inspiración para lograr esta meta, gracias por ayudarme a ser mejor con su presencia.

A mi hermanita, por enseñarme a luchar y a ser más fuerte, gracias por regalarme a mi tesoro y por hacerme tan feliz July.

A mis queridos padres, gracias por su esfuerzo y sacrificio; gracias mi querido Carlitos, por su inmenso amor y por su preocupación; gracias mi querida Bitu, por tanta abnegación y entrega; con esto recompensó un poco lo mucho que ha hecho por mí.

Gracias, mil gracias May, por estar presente en cada instante de mi vida, por alentarme y escucharme, por dejarme confiar en ti de una manera inigualable.

Gracias por ser incondicional, mi Álvaro, gracias por todo.

De una manera muy especial quiero agradecer a mi director de tesis, mi querido doctor Santiago; su paciencia y conocimientos es lo mejor que me ha podido regalar.

Agradezco también a mis maestros de suelda, Geovanny y César; sin su ayuda este trabajo no hubiese culminado.

Gracias a mi familia porque de una u otra manera han estado pendientes de mi progreso, esto también va para ustedes y que sirva de inspiración a la nueva generación.

Gabby

---

## INTRODUCCIÓN

La Geometría Analítica Plana al ser una rama de las Matemáticas y las Matemáticas a su vez por estar ligada a la abstracción, va de la mano con esta rama es por ello que se busca generar algún tipo de recurso didáctico que apoye o que ayude a disminuir esta abstracción y que facilite su comprensión.

De acuerdo a investigaciones se puede constatar que los docentes y estudiantes concluyen con que existe una problemática dentro del estudio de la asignatura de Geometría Analítica Plana y su apoyo a la Física, y es que existe una abstracción; motivos para los cuales se desarrolle esta abstracción pueden ser el bajo desempeño, la falta de recursos didácticos que apoye a la comprensión de la materia.

Razón por la cual en éste trabajo de titulación se ha recurrido a proponer material didáctico acompañado de una guía didáctica, herramientas que ayuden a fortalecer el conocimiento y comprensión dentro de esta asignatura. Tanto la guía como el material didáctico son fuentes que estarán al alcance del docente y estudiante respectivamente para su uso y práctica, cabe recalcar que la guía está debidamente detallada para que con la ayuda del docente el estudiante vaya trabajando de manera ordenada y secuenciada generando así un aprendizaje significativo.

---

## CAPÍTULO I

### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 1.1 CORRIENTES PEDAGÓGICAS

A lo largo de la educación se han generado diferentes modelos pedagógicos que están presentes en el sistema educativo, los cuales han servido para orientar a los maestros a elaborar sus planes de estudio y ha ayudado a formar generaciones de ciudadanos; parte de estas corrientes han ido variando de acuerdo a las diferentes necesidades del momento o criterios preestablecidos; en este caso se hace alusión al método tradicional, al cognitivismo y al constructivismo, cada uno con sus aciertos y desaciertos.

Empezando por el método tradicional y su proceso dentro de un aula se hace mención a la clase magistral, esto quiere decir, que el alumno tiene que estar atento a las exposiciones que haga el maestro en la pizarra o simplemente a continuar con lo que existe en un determinado texto. Este modelo tradicional tiene como elemento principal al docente, el cual será forjador del conocimiento, ya que estará encargado netamente de transmitir toda la información que posea y a su vez existirán los receptores que en este caso serán los estudiantes, mismos que están prestos a recibir instrucciones que tendrán que realizarlas sin inconveniente alguno.

Así, una clase preparada por el maestro es transmitida básicamente mediante una lección y se concreta fundamentalmente a través de la expresión oral y visual “las lecturas de fuentes directas, la observación y la experimentación quedan

excluidas y la ciencia se analiza como algo estático (...)" (Amador Echeverría, 2018). Dentro del modelo tradicional instruccional se deja de lado las posibilidades para desarrollar una clase exitosa, pues el papel que le corresponde a los estudiantes es el de asimilar, memorizar y reproducir saberes recibidos, saberes que a la larga se verán certificados mediante la asignación de calificaciones (Mendoza Orellana, 2009). Por lo antes mencionado se puede decir que el método tradicional no es el modelo más adecuado de enseñanza, aunque tampoco se lo puede catalogar como malo o dejarlo de lado ya que a través del tiempo ha aportado mucho en la enseñanza de generaciones.

Por otra parte dentro del proceso educativo y para que sea efectiva la relación entre la enseñanza y el aprendizaje, el maestro debe tener planificaciones pertinentes y generar actividades programadas precisamente con el fin de despertar el interés y obtener el desarrollo intelectual de sus alumnos.

Ahora bien para abordar el siguiente modelo pedagógico se debe tener en cuenta que el saber cognitivista es el que está centrado principalmente en el pensamiento y procesamiento de información.

"Piaget parte de la convicción de que el desarrollo es el resultado de un proceso de construcción (...)" (Rossell, Girón, & Hernández, 2016) es decir, la exposición de actividades dentro del aula en la que los alumnos puedan relacionar dicha actividad con la vida cotidiana, ayudará a desarrollar su propio conocimiento formulando un determinado concepto o en varios casos le hará notar al estudiante que está en lo cierto o que ha tomado el camino equivocado de acuerdo a la actividad a la que se enfrenta.

(Rossell, Girón, & Hernández, 2016) Afirman:

Así pues, se reconoce la importancia de cómo las personas organizan, filtran, codifican, categorizan y evalúan la información y la forma en que todas estas herramientas, estructuras o esquemas mentales son empleadas para acceder e interpretar la realidad. Esta representación de la realidad será diferente para cada individuo ya que dependerá de sus propios esquemas y de su interacción con la realidad y, a su vez, también se irán modificando y sofisticando progresivamente.

La relación que un estudiante establece con lo que sucede dentro del aula, es decir, los conocimientos que recibe y su forma de interpretarlo con el mundo que lo rodea, es la teoría del procesamiento de información.

El procesamiento de información proporciona una concepción constructivista del ser humano. La idea constructivista está basada en la existencia de una mente que mediante procesos determina la manera en que la información deberá ser procesada y la naturaleza de las representaciones construidas por el sujeto. En efecto el estudiante es un ser que construye y decide cómo relacionar el conocimiento adquirido, el cual se irá desarrollando de mejor manera de acuerdo a su experiencia y al conocimiento mismo (Leiva, 2005).

Por otra parte las concepciones sobre el conocimiento y el aprendizaje ligadas al constructivismo son elementos que ayudarán al estudiante en su educación. El proceso de aprendizaje bajo el modelo constructivista se basa en la relación entre la teoría y la práctica por parte del estudiante, así, (Mendoza Orellana, 2009) afirma:

La actividad de los alumnos en el proceso de aprender cumple una *función mediadora* entre la enseñanza del profesor y el aprendizaje que finalmente ellos llevan a cabo. No se trata de una actividad simple, técnica o mecánica, o un mero instrumento que utilizan los alumnos como podrían ser en los enfoques



tradicional y positivista-conductista. Se trata más bien de una actividad mental que transforma el material con el que trabaja (informaciones, conceptos, representaciones, métodos y sobre todo las propias estructuras del sujeto) de modo que el resultado es *expresión* de las dimensiones de la persona: intelectual, afectiva, espiritual, valórica, etc.; es un producto personal. (p.87)

Este modelo ayuda al alumno a expresar sus conocimientos mediante lo que ha construido; en este caso el alumno será el responsable de su propio aprendizaje, ya que él es el protagonista en este proceso. A su vez el maestro se convertirá en guía del proceso de aprendizaje de su alumno, es decir, estará presente en esta construcción para apoyarlo en la apropiación de su conocimiento, lo cual hace que surja una relación estrechamente ligada entre el alumno y docente, permitiéndoles generar una confianza para apoyarse de forma que si existe algún error por estos sujetos, lo resuelvan de tal manera que queden satisfechos y que de este modo el alumno se sienta más gustoso de construir su propio aprendizaje.

Ahora bien, si dentro de las matemáticas, el estudiante es quien busca la manera de construir su conocimiento con un determinado recurso educativo, se podrá generar un aprendizaje significativo y se podrán resolver problemas que han surgido de una clase tradicional, generando así una ruptura de esquemas de que el aprendizaje debe ser lineal cuando se puede combatir con este modelo, reduciendo así la abstracción que es uno de los principales problemas en el estudio de Matemáticas.

Para que exista un aprendizaje significativo dentro de la educación, Ausubel (citado por Mendoza Orellana, 2009) afirma que:

La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial

---

(no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe (...) El aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud de aprendizaje significativo; es decir, relacionable con la estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra. (p.89)

A diferencia del modelo tradicional, el modelo constructivista no es un método repetitivo, sino que ayuda a construir un aprendizaje específico basándose en la experimentación.

Según (Araya, Alfaro, & Andonegui, 2007): El constructivismo es una corriente educativa que está basada en algunas teorías psicológicas, esta idea se basa en el aprendizaje sociocultural del individuo y del medio en el que se desarrolla. También es entendido como una teoría que ofrece explicaciones en torno a la formación del conocimiento; con referencia a esta formación, en el constructivismo se encuentran dos perspectivas que son empiristas y racionalistas, la primera de ellas supone que el elemento general en la construcción del conocimiento es la experiencia y la realista por lo contrario asume que el conocimiento es adquirido por la presencia de capacidades innatas del sujeto.

En cuanto al aprendizaje activo del estudiante, se refiere al comportamiento activo de cada uno de ellos, a su construcción y reconocimiento de saberes, no solo a ser receptor sino a ser el intérprete de estos conocimientos.

Para este estudio nos centraremos en los modelos constructivista y cognitivista, puesto que se requiere de procesamiento de información para la construcción del conocimiento con la ayuda de algún material o estrategia que aplique el profesor en su aula y que a su vez con éste conjunto se obtenga un aprendizaje significativo.

---

## 1.2 DIFICULTAD DE APRENDIZAJE

“Las mediciones nacionales e internacionales coinciden en que las matemáticas es una de las áreas de más problemáticas en términos de rendimiento de los alumnos” (Friz Carrillo, Sanhueza Henríquez, & Sánchez Bravo, 2009). Las Matemáticas es un área con alto nivel de abstracción, en donde existe dificultad para el aprendizaje y un bajo nivel de adquisición del conocimiento.

Si bien es cierto el aprendizaje de la matemática viene desde épocas antiguas, en dónde nuestros antepasados se la ingeniaban para realizar operaciones matemáticas con lo que les rodeaba, pero surgen dificultades ya que con todos los materiales que tenían a su alrededor no era fácil resolver problemas más complejos.

En la época actual y dentro de la educación (Friz Carrillo et al., 2009) afirman:

(...) las dificultades que tienen los alumnos para aprender matemáticas en muchas ocasiones están vinculadas a situaciones didácticas inapropiadas o a la ausencia del conocimiento disciplinar de los profesores a quienes subyacen prácticas instrumentalizadas, centradas en la memorización bajo la idea de que un mismo dispositivo didáctico es posible de “aplicar” a toda la clase. (p.48)

Varias de las dificultades de aprendizaje se deben al mal uso de estrategias educativas dadas por parte del docente, a los métodos de aprendizaje que aplica y a la manera cómo trata de resolver cierto ejercicio o cómo se enfrenta ante un cierto problema; de ahí se infiere que la materia se convierte en abstracta, porque no se aplica una buena estrategia para la enseñanza - aprendizaje.

Según (Herrera Villamizar, Montenegro Velandia, & Poveda Jaimes, 2012) afirman:

---

Los docentes de matemáticas deben preocuparse no solamente por dar a conocer a sus estudiantes los contenidos y procedimientos matemáticos estipulados en el plan de estudio para cada nivel educativo, sino que deben considerar los distintos factores afectivos y meta cognitivos presentes en sus educandos, con el propósito de disminuir en ellos las dificultades que se les presentan en el estudio de las matemáticas. Debe procurarse la ruptura de la barrera que se ha creado en los alumnos hacia las matemáticas a partir de un sistema de creencias negativas construidas alrededor de ellas.

El docente como principal protagonista de este proceso es el que debe tomar en cuenta las actitudes de sus estudiantes, es quien debe generar en su aula de clase un ambiente de confianza para que sus alumnos estén prestos a resolver sus dudas sin temor alguno y que así puedan procesar de manera clara la información que él brinda. Se debe tener en cuenta que cada alumno tiene una capacidad diferente para asimilar información, por lo que el docente estará debidamente calificado para interactuar con un determinado grupo.

Si se requiere de alguna manera para disminuir la abstracción dentro de las matemáticas, se podría tomar en cuenta todos los factores antes mencionados, también se podrían elaborar actividades claras y motivadoras. Sexton (citado por Sánchez Mena, 2014), “La motivación es el proceso de estimular a un individuo para que se realice una acción que satisfaga alguna de sus necesidades y alcance alguna meta deseada para el motivador”

Tener planteados objetivos específicos para cada clase, en las que el alumno se pueda desarrollar de manera libre y se sienta satisfecho con lo aprendido, adquiriendo metas claras que deben alcanzar y cómo lo harán, es la base principal para un aprendizaje significativo.

---

### 1.3 MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

---

El material didáctico se ha venido implementando desde hace algunos años, y en varios casos se ha podido constatar la ayuda que brinda, además de que es una metodología que ha llevado a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El material didáctico es usado por el docente para apoyar a su conocimiento y generar el conocimiento en sus estudiantes, así (Morales Muñoz, 2012) define material didáctico:

Se entiende por material didáctico al conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza – aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, asumen como condición, despertar el interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de los mismos, además que facilitan la actividad docente al servir de guía; así mismo, tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido.

La importancia del material didáctico radica en la influencia que los estímulos a los órganos sensoriales ejercen en quien aprende, es decir, lo pone en contacto con el objeto de aprendizaje, ya sea de manera directa o dándole la sensación de indirecta. (p.10)

El material didáctico está estrechamente relacionado con el proceso de E-A, por tanto, este va hacer el medio por el cual el profesor va a poder impartir los contenidos, y los alumnos, no solamente van a adquirir la información sino también van a poder relacionarla con experiencias u otros contenidos para que todo sea más significativo. (p.18)

Entonces, el material didáctico es de gran importancia dentro del aula, ayudan a fortalecer el conocimiento, despertando el interés de los estudiantes y

---

permitiéndoles corregir sus errores con la manipulación y relación de cierto contenido con una determinada herramienta.

Según Montessori (citado por Rodríguez, 2013): La doctora Montessori considera necesario que el profesor guíe al niño sin permitir que éste sienta su presencia en exceso de forma que suponga un obstáculo entre el niño y su experiencia. Es por ello que se le debe permitir al estudiante su desarrollo individual para que pueda entender sus errores y aciertos.

Por lo antes mencionado se complementa que el material didáctico tiene una gran importancia y valor dentro de la educación, puesto que con su ayuda se facilita el desarrollo de un aprendizaje significativo.

Por otra parte, ya se sabe que los recursos didácticos son una fuente que facilita el proceso de enseñanza – aprendizaje dentro del aula, pero dichos materiales no tendrían validez si no existiera un enlace pedagógico para generar el debido conocimiento, para construir un aprendizaje significativo y desarrollar un pensamiento crítico a través de los materiales empleados, además de que si no existe una guía para su adecuado uso, no se lo podría poner en práctica.

Se debe tener clara y precisa la forma de utilizar y manipular el material dentro del proceso educativo, ya que éste siempre tendrá un propósito específico y será el apoyo y el nexo entre el profesor y el estudiante.

Dentro de los recursos que ayudan de mejor manera en Matemáticas para la Educación Superior es necesario seleccionarlos de manera muy sutil; de esta manera (Álvarez, Rodríguez Perez, Sanz Ablanado, & Martínez, 2008) citan el documento “Propuestas para la renovación de las metodologías educativas en la universidad” (MEC, 2006) e indican que:

- 
- (i) Tender a la mejora del aprendizaje de los estudiantes, potenciándose las metodologías que pretendan obtener en mejores condiciones los objetivos formativos.
  - (ii) Incrementar el nivel de satisfacción de profesores y estudiantes.
  - (iii) Avanzar hacia un nuevo estilo de trabajo del profesorado, con más alternativas de actuación: clases, seminarios, tutorías, talleres, casos prácticos, trabajo con las TIC etc., y propiciando una actuación docente cada vez más coordinada y cooperativa entre el profesorado.
  - (iv) Combinar satisfactoriamente la formación básica de los estudiantes y una mayor aproximación profesional real para el que se les está preparando, mediante la complementación de aprendizajes teóricos y prácticos, el trabajo sobre casos o problemas reales, el trabajo por proyectos (...)
  - (v) (...) mayor protagonismo del estudiante en su aprendizaje, trabajo colaborativo y por competencias, adquisición de herramientas de aprendizaje, elaboración de materiales didácticos que faciliten el aprendizaje autónomo, evaluación continua, etc. (p.21)

De acuerdo con estas directrices, se agrupan los recursos educativos con un complemento en el cual el docente pueda ayudarse en el proceso de enseñanza, este puede ser a través de una guía didáctica, la cual estará diseñada para generar más y mejores ideas por parte del docente.

Se considera como guía didáctica al instrumento digital o impreso que constituye un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y de los estudiantes dentro del proceso docente; de forma planificada y organizada, brinda información técnica al estudiante y tiene como premisa la educación como conducción y proceso activo. Se fundamenta en la didáctica como ciencia para generar un desarrollo cognitivo y de los estilos de aprendizaje a partir de sí. Constituye un recurso trascendental porque perfecciona la labor

---

del profesor en la confección y orientación de las tareas docentes como célula básica del proceso de enseñanza aprendizaje, cuya realización se controla posteriormente en las propias actividades curriculares. (García Hernández & de la Cruz Blanco, 2014, p.165)

La guía didáctica debe ser un complemento del material, texto o artículo que maneje el docente para la enseñanza. (García Hernández & de la Cruz Blanco, 2014) señalan que una guía didáctica bien elaborada y al servicio del estudiante debe ser una fuente en primer lugar motivadora para despertar el interés por la asignatura correspondiente; también debe ser un instrumento idóneo para guiar el aprendizaje ayudando a su comprensión y en su caso, aplicar los diferentes conocimientos.

Existen varios métodos para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del marco educativo, pero en este caso se lo hará con material didáctico, material que servirá de apoyo en Matemáticas, específicamente en Geometría Analítica, mismo que servirá para disminuir el grado de abstracción generada en esta asignatura, puesto que con esta herramienta se procura que el estudiante pueda relacionar contenidos con alguna aplicación o tan solo con el medio que lo rodea.



---

## CAPÍTULO II

### Metodología y Resultados

#### 2.1 METODOLOGÍA

Para recolectar datos y realizar un análisis estadístico en la presente investigación, se utilizó un enfoque cuantitativo que a su vez permitió generar los esquemas necesarios para evidenciar la problemática planteada.

Se eligió dos tipos de técnicas de investigación: la entrevista y la encuesta, mismas que fueron diseñadas de acuerdo a los objetivos planteados. Para la entrevista se plantearon preguntas totalmente abiertas, obteniendo así información específica dada por los docentes que en este caso fueron dos. Con respecto a la encuesta se bosquejó un cuestionario pertinente el cual constó en su mayoría de preguntas cerradas, lo que permitió obtener datos cuantificables a diferencia de la pregunta 11 que se la realizó de manera abierta buscando posicionar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

##### 2.1.1 ENCUESTA

Dentro de la investigación de campo se empleó encuestas con el objetivo de recaudar información que apoyará a la problemática de abstracción dentro de la asignatura de Geometría Analítica Plana.

La población para realizar la encuesta estuvo conformada por el quinto y noveno ciclo de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca,

---

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación que cursaron la asignatura de Geometría Analítica Plana.

Para recolectar la información se utilizó un cuestionario con preguntas cerradas y dentro de ellas una abierta, permitiendo recoger datos de mejor manera para apoyar a la variable: abstracción. Los datos del estudio fueron analizados y procesados mediante cuadros estadísticos y su respectiva representación gráfica.

### **2.1.2 ENTREVISTA**

Con el objetivo de validar la propuesta se aplicó este instrumento de investigación a los docentes que impartieron la asignatura de Geometría Analítica en los períodos 2012 al 2018.

Para aplicar esta entrevista se utilizó un cuestionario de preguntas abiertas, mismas que fueron recolectadas, analizadas y procesadas mediante un cuadro comparativo.

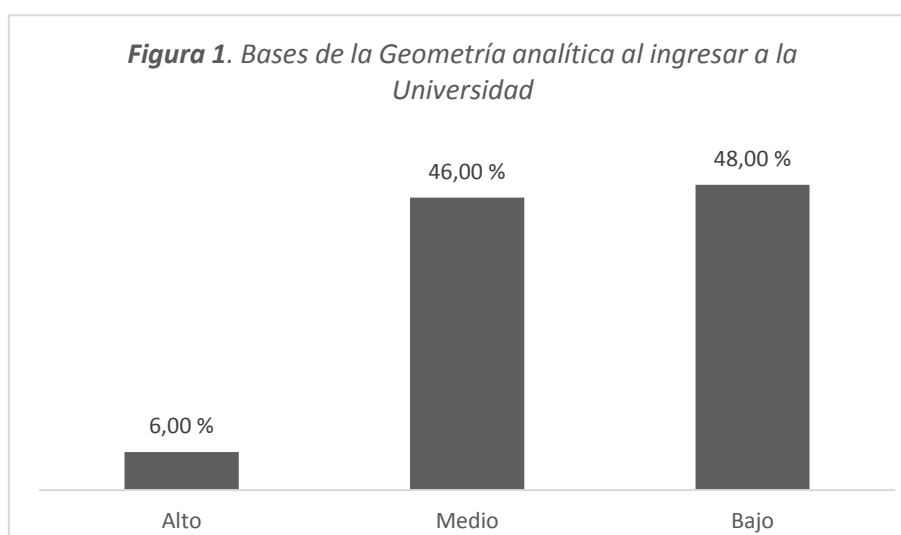
## **2.2 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN**

A continuación se presenta la información recaudada mediante tablas y gráficos. En la encuesta se presentaron once preguntas, siendo diez cerradas y una abierta permitiendo obtener la recomendación del estudiante para el material didáctico.

**1. ¿Cómo considera usted que fueron sus bases sobre Geometría Analítica al ingresar a la Universidad?**

**Tabla 1**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Alto</i>	3	6,00
<i>Medio</i>	23	46,00
<i>Bajo</i>	24	48,00
<i>Total</i>	50	100



Se puede observar que para menos de la mitad de los estudiantes consideran la asignatura con un grado de dificultad bajo. Para la otra gran cantidad de estudiantes el nivel de dificultad de la materia es medio y tan solo para una pequeña parte considera que tiene un nivel alto.

**2. ¿Cuál cree que fue el o los temas más complejos dentro de la asignatura de Geometría Analítica?**

**Tabla 2**

*Categoría    Estudiantes encuestados*

<i>Ecuación de la circunferencia</i>	16
<i>La parábola</i>	18
<i>La elipse</i>	21
<i>La hipérbola</i>	22
<i>Coordenadas polares</i>	9
<i>Otros</i>	13

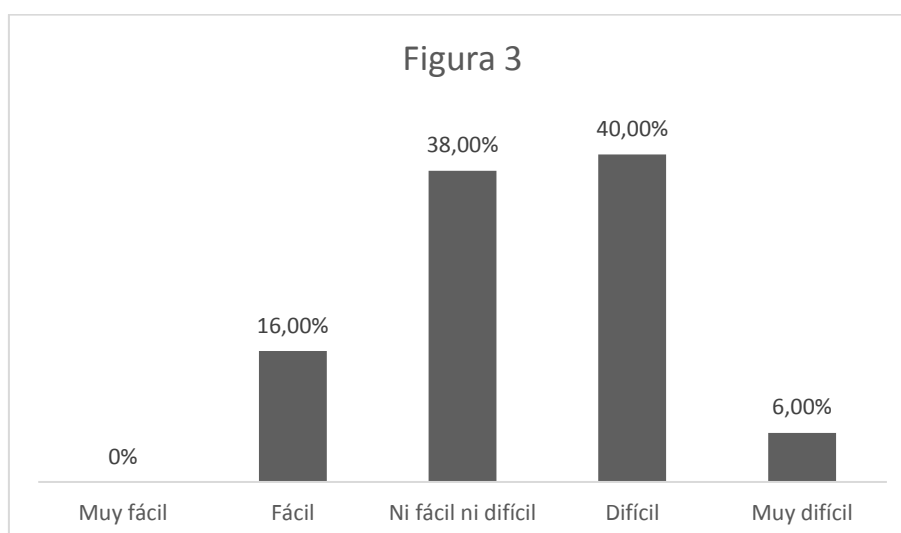
Ecuación de

La presente pregunta es abierta, por ello se han tomado los temas más expuestos por los estudiantes y se han procesado, tomando en cuenta que existe una mayor complejidad en el contenido de cónicas de acuerdo a los datos expuestos; también, dentro de la opción “otros”, se han registrado temas poco comunes entre los estudiantes es por ello que se la ha denominado de tal manera.

### 3. ¿Cómo resultó para usted la asignatura de Geometría Analítica?

**Tabla 3**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Muy fácil</i>	0	0
<i>Fácil</i>	8	16,00
<i>Ni difícil ni fácil</i>	19	38,00
<i>Difícil</i>	20	40,00
<i>Muy difícil</i>	3	6,00
<i>Total</i>	50	100



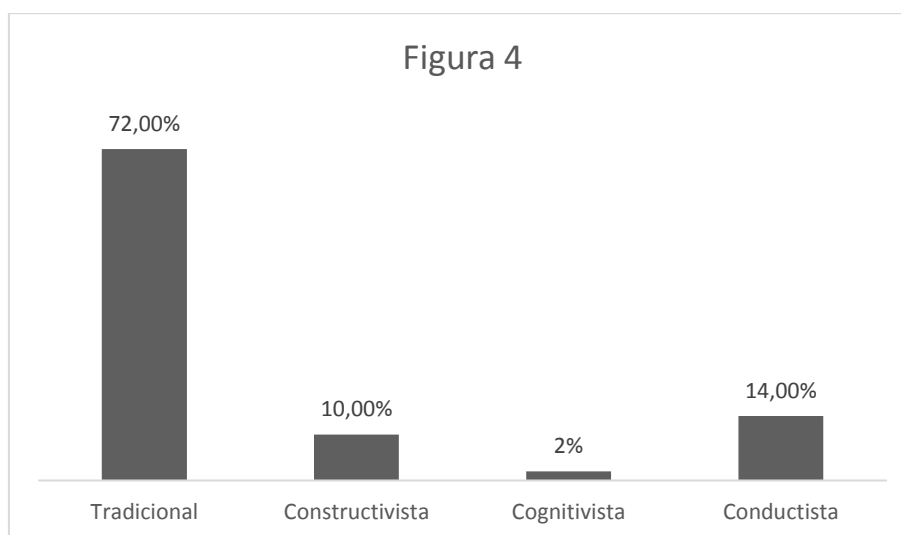
El resultado que los estudiantes brindan con respecto a la asignatura, se puede notar que para un poco menos de la mitad esta asignatura tuvo un nivel neutro, es decir no tuvieron mayor dificultad en comprender y asimilar conceptos y ecuaciones. Para un gran porcentaje la asignatura resultó difícil, se asume que en gran parte surgieron problemas para la comprensión de la materia. Por último, casi

la quinta parte de estudiantes no obtuvieron mayor dificultad con la asignatura, a diferencia de una mínima parte que le resultó muy difícil.

**4. De los factores que intervienen en el proceso de enseñanza – aprendizaje, marque con una X el método que más se aproxime al recibir sus clases:**

**Tabla 4**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Tradicional</i>	36	72,00
<i>Constructivista</i>	5	10,00
<i>Cognitivista</i>	1	2,00
<i>Conductista</i>	7	14,00
<i>Total</i>	49/50	98/100



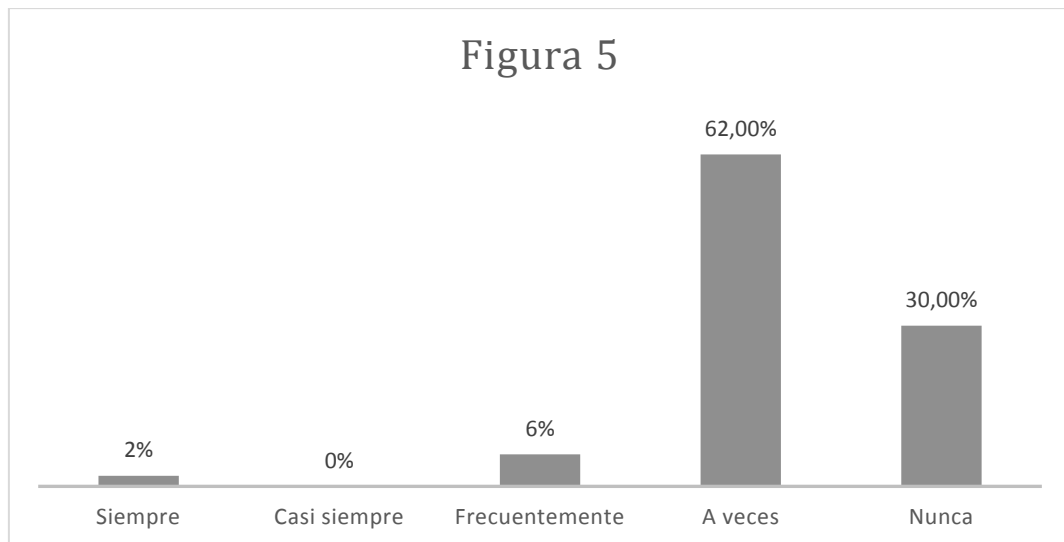
Se ha estimado el porcentaje de las respuestas obtenidas, tomando en cuenta que un estudiante no ha contestado esta pregunta. Para más de la mitad de los estudiantes la clase impartida por su docente tuvo en enfoque tradicional, tomando

en cuenta a éste como un factor en el que intervienen el estudiante, la pizarra y su libro de aprendizaje dejando de lado la innovación. Por otro un poco menos de la quinta parte de los estudiantes coinciden en que las clases que recibieron tuvieron un enfoque conductista tomando en cuenta que el conductismo se basa en un conjunto de relaciones entre estímulo y respuesta. Finalmente para una pequeña parte de estudiantes las clases fueron impartidas de una manera constructivista, es decir, su aprendizaje lo realizaron mediante la práctica.

**5. ¿Se hizo uso de material concreto dentro de la asignatura de Geometría Analítica?**

**Tabla 5**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Siempre</i>	1	2,00
<i>Casi siempre</i>	0	0
<i>Frecuentemente</i>	3	6,00
<i>A veces</i>	31	62,00
<i>Nunca</i>	15	30,00
<i>Total</i>	50	100



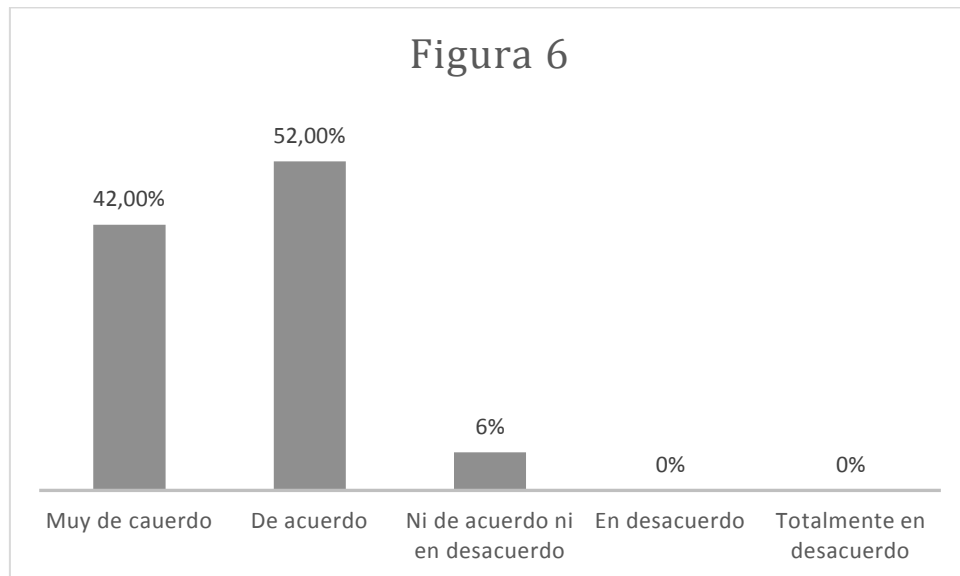
La categoría “A veces” obtiene el mayor porcentaje, seguida de la categoría “Nunca” las cuales están dentro de una posibilidad muy baja de que el docente que impartió la asignatura de Geometría Analítica hizo uso de algún tipo de material didáctico, herramientas que son bastante útiles para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje y para ayudar a disminuir la abstracción de la asignatura.

**6. ¿Es conveniente que el profesor disponga de un tiempo específico para la práctica después de cada tema impartido en su clase?**

**Tabla 6**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Muy de acuerdo</i>	21	42,00
<i>De acuerdo</i>	26	52,00
<i>Ni de acuerdo ni en desacuerdo</i>	3	6,00
<i>En desacuerdo</i>	0	0
<i>Totalmente en desacuerdo</i>	0	0
<i>Total</i>	50	100



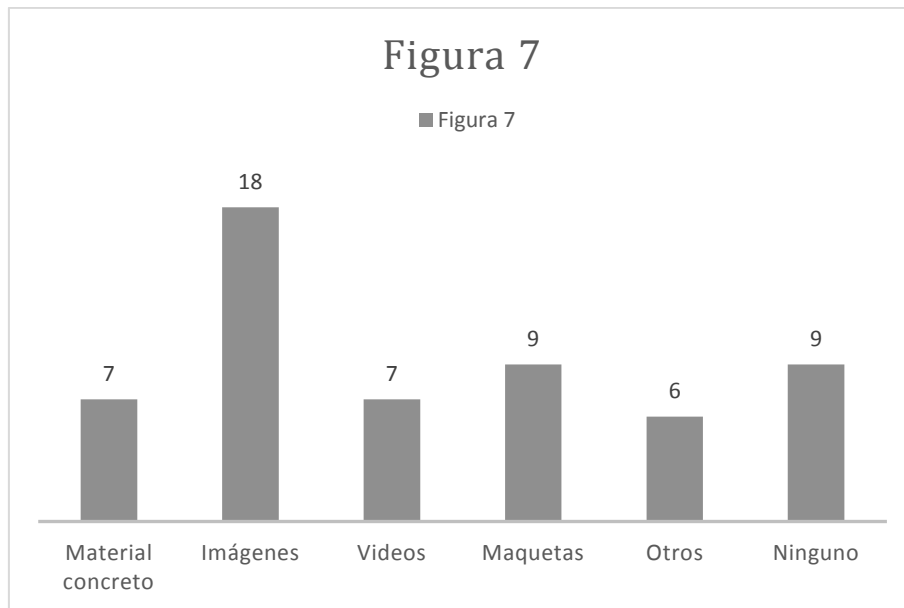


Los estudiantes en su mayoría coinciden con que dentro del proceso de enseñanza en el aula de clase, se disponga de un horario para hacer la práctica pertinente, es por ello que se debería tener una planificación adecuada para tener el espacio necesario en donde se puedan resolver dudas por parte de los estudiantes de manera práctica.

**7. Para el tema de “cónicas”, ¿Qué material concreto utilizó el docente?  
(Puede marcar más de una opción).**

***Tabla 7***

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>
<i>Material concreto (circunferencia, elipse, etc.)</i>	7
<i>Imágenes</i>	18
<i>Videos</i>	7
<i>Maquetas</i>	9
<i>Otros</i>	6

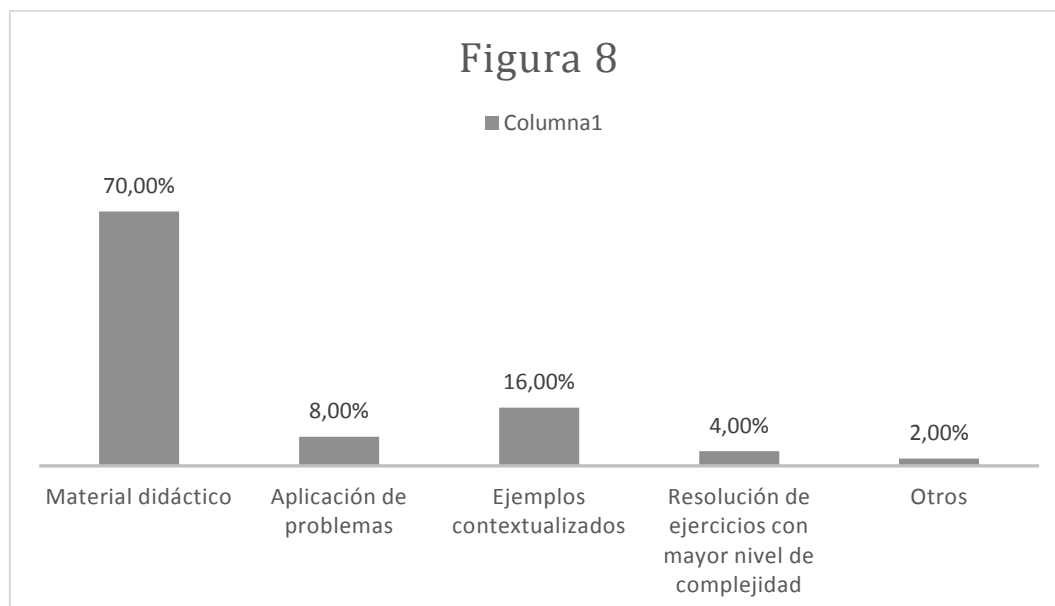


En la presente pregunta los estudiantes tuvieron que marcar más de una opción, es decir, el número de respuestas obtenidas sobre el total de encuestas que fueron cincuenta; por ejemplo dieciocho estudiantes de cincuenta coincidieron en que la mayoría de veces el docente utilizó imágenes para impartir su clase de cónicas seguido de las opciones maquetas y ninguno que obtuvieron un número igual de respuestas, dejando como resultado el hecho de que el docente varias veces utilizó tan solo imágenes para dar a conocer un determinado tema y que otras veces no hizo uso de algún tipo de material didáctico.

**8. ¿De qué manera considera que se podría disminuir el nivel de abstracción de la asignatura?**

**Tabla 8**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Material didáctico</i>	35	70,00
<i>Aplicación de problemas</i>	4	8,00
<i>Ejemplos contextualizados</i>	8	16,00
<i>Resolución de ejercicios con mayor nivel de complejidad</i>	2	4,00
<i>Otros</i>	1	2,00
<i>Total</i>	50	100



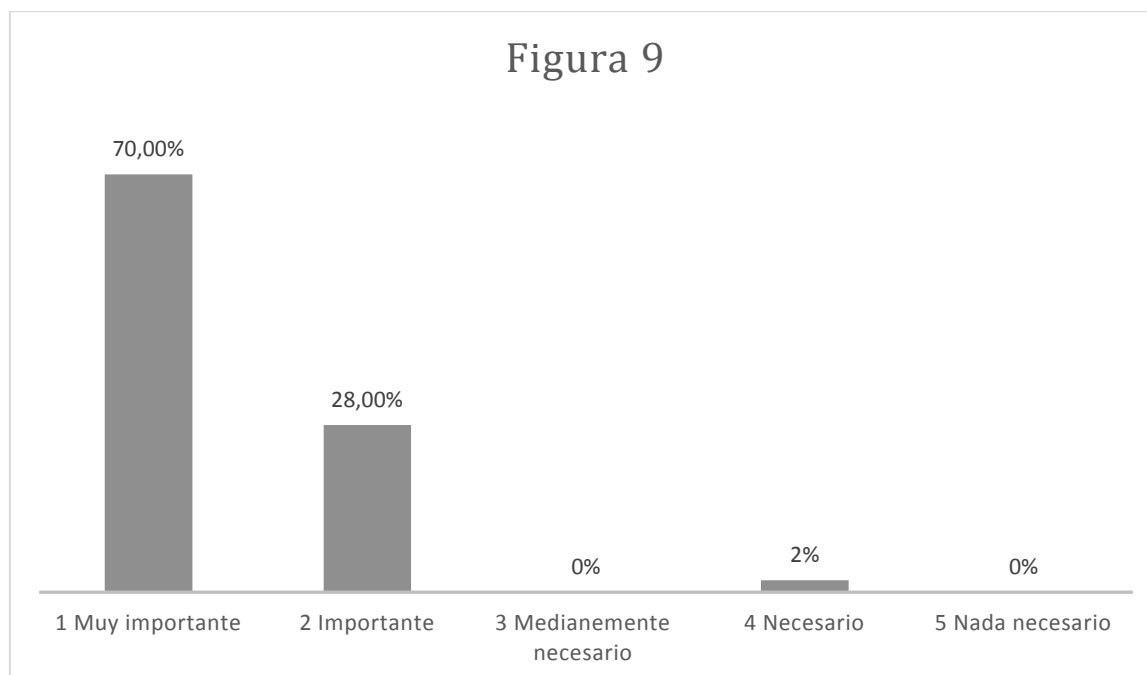
Un significativo número de estudiantes optan por el material didáctico como herramienta para disminuir el nivel de abstracción de la materia y de esta manera

obtener un aprendizaje significativo, seguido de porcentajes muy pequeños que optan por complementar su aprendizaje con la ejecución de ejemplos contextualizados y la aplicación de problemas.

**9. En la escala numérica, considerando uno el más importante y cinco el de menor importancia, califique el uso de material didáctico dentro del aula.**

**Tabla 9**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>1 Muy importante</i>	35	70,00
<i>2 Importante</i>	14	28,00
<i>3 Medianamente necesario</i>	0	0
<i>4 Necesario</i>	1	2,00
<i>5 Nada necesario</i>	0	0
<i>Total</i>	50	100

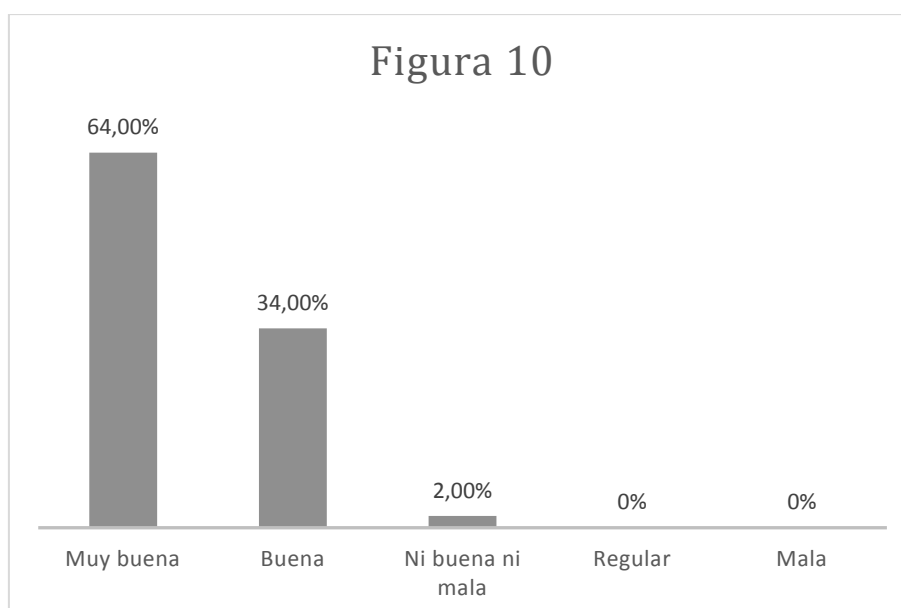


De acuerdo a los resultados arrojados se infiere que el uso de material didáctico dentro de un aula de clase es muy útil y tiene beneficios exitosos que ayudan a construir y fortalecer el conocimiento al igual que mejora el aprendizaje significativo de la asignatura.

**10. ¿Cómo considera al material didáctico para resolver dudas y problemas de la Geometría Analítica dentro de su aprendizaje? ¿Cómo hubiera sido esa ayuda?**

**Tabla 10**

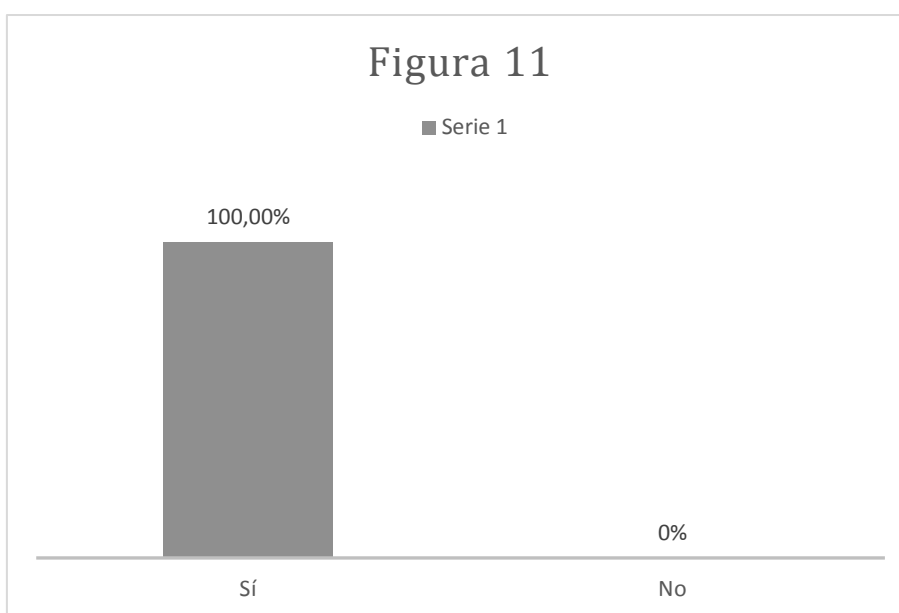
<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Muy buena</i>	32	64,00
<i>Buena</i>	17	34,00
<i>Ni buena ni mala</i>	1	2,00
<i>Regular</i>	0	0
<i>Mala</i>	0	0
<i>Total</i>	50	100



Los estudiantes coinciden con que la utilización de material didáctico dentro del aula es muy útil para ayudarlos a resolver dudas y problemas que se presenten a la hora de recibir un determinado tema de la signatura de Geometría Analítica Plana, calificando éste proceso de una manera muy buena.

**11.¿Usted considera que sería conveniente utilizar material concreto, tangible y práctico para mejorar su aprendizaje en cuanto a los temas de la asignatura de Geometría Analítica se refiere?**

<i>Categoría</i>	<i>Estudiantes encuestados</i>	<i>Porcentaje (%)</i>
<i>Sí</i>	50	100,00
<i>No</i>	0	0
<i>Total</i>	50	100



Todos los estudiantes concuerdan con que el material didáctico es una herramienta útil para resolver problemas dentro de la asignatura de Geometría y para la construcción de su conocimiento. A continuación se hará mención de las

respuestas dadas por los estudiantes, puesto que esta fue una pregunta abierta y por la cantidad de respuestas tan solo se tomarán las más utilizadas y similares.

Mediante la práctica se pueden mejorar los conocimientos de la asignatura explicando de manera sutil cada elemento y demostración correspondiente; también coinciden en que mediante la observación y manipulación pueden inferir una mejor respuesta ante algún problema. Por otro parte algunos estudiantes concuerdan que con la ayuda de éste material se puede reducir el nivel de abstracción de la materia, volviéndola dinámica e interesante. Estas son en general las respuestas dadas por los estudiantes en donde se puede apreciar que todos apuntan a que con la práctica y manipulación de un cierto material didáctico el proceso de enseñanza-aprendizaje mejorará.

## Entrevista

Para conocer la problemática generada por los estudiantes, se aplicó una entrevista a dos docentes que impartieron la asignatura de Geometría Analítica, docentes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca. Se pudo obtener información relevante sobre el estado de los estudiantes frente a esta asignatura, además del uso de material didáctico y la importancia que cumple dentro del aprendizaje; en la siguiente tabla se ha transcrito las opiniones brindadas.

## Tabla

Análisis de la entrevista

<b>Preguntas</b>	<b>Profesor A</b>	<b>Profesor B</b>	<b>Análisis</b>
<b>1. ¿Qué opina sobre el</b>	- El currículo en el colegio	- Muchas veces los estudiantes	Los docentes tienen ideas

<p><b>ingreso de los estudiantes a la carrera de Matemáticas y Física acerca de que poseen un nivel de conocimientos poco adecuado como para abordar la asignatura de Geometría Analítica?</b></p>	<p>contiene la geometría analítica, por lo tanto los estudiantes deberían venir con una buena base, hecho que en la mayoría de estudiantes no sucede y se debe comienzan desde cero esta asignatura.</p> <p>- No existe dificultad puesto que la malla curricular como formación docente contempla la geometría analítica desde su inicio.</p>	<p>han llegado con vacíos en cuanto a los contenidos de geometría analítica, no se puede generalizar, pero la mayoría ha sido así y ha sido un tanto complicado porque hay que retomar temas básicos para poder abordar la materia.</p>	<p>similares, puesto que tanto el uno como el otro hablan sobre nivel de conocimientos poco adecuados que tienen la mayoría de los estudiantes al ingresar a la universidad, pero el profesor A afirma que se pueden empezar desde cero con los contenidos puesto que la carrera brinda esta formación.</p>
<p><b>2. ¿Considera que esta asignatura en algunos casos se torna necesariament e teórica? ¿Por qué?</b></p>	<p>- No tanto, el mismo hecho de plantear la geometría desde el punto de vista analítico hace que los temas sean más prácticos. Puede intervenir en cuanto a fórmulas pero lo demás ya sería analítico mismo.</p>	<p>-La geometría analítica tiene su parte teórica en cuanto a descripción o análisis, pero netamente teórica no la consideraría, ya que en la resolución de ejercicios no es tan útil.</p>	<p>El docente B considera que dentro de los ejercicios, la teoría no sería tan útil, al igual que el docente A, que piensa que la materia se presta para no ser teórica, a excepción de las fórmulas en las que sí se debe incluir la teoría.</p>
<p><b>3. ¿Cree conveniente que dentro de su clase, el</b></p>	<p>-La parte teórica que es la deducción de fórmulas está</p>	<p>-Los recursos didácticos son de gran utilidad para el maestro y</p>	<p>Los docentes concuerdan que el uso de recursos</p>



<p><b>uso de recursos didácticos y de una apropiada guía didáctica le ayude a facilitar la comprensión de los temas de esta asignatura? ¿Por qué?</b></p>	<p>bien, no se puede cambiar; sin embargo se puede ver esa aplicación enriquecida con los recursos didácticos. -El laboratorio de matemáticas es la clave para poder redescubrir.</p>	<p>mejor aún para los estudiantes ya que ellos, al tener un determinado objeto en sus manos, relacionan con lo que nosotros les tratamos de explicar. -Si se complementa un recurso con una guía didáctica es todavía mejor ya que es una fuente que nos ayuda a tomar el camino correcto en el proceso de enseñanza con nuestros estudiantes.</p>	<p>didácticos dentro del aula es de gran ayuda para los estudiantes, el profesor B acota que el recurso y una guía didáctica son herramientas bastante útiles para lograr una buena enseñanza.</p>
<p><b>4. ¿Piensa usted que dentro de la guía didáctica debe existir relación con la realidad y contextualizarla con el entorno? ¿Por qué?</b></p>	<p>-Los textos empleados contienen ejercicios que se pueden ver en nuestro medio, pero sí se debe tener en cuenta que lo ficticio no le permite al estudiante tener una visión más allá de lo que se le pide. -Es mejor que lo que se exponga sea real y pueda visualizarse en nuestro medio.</p>	<p>-Básicamente tendría que ser contextualizada con el entorno ya que de este modo se lograría una mejor comprensión de los estudiantes.</p>	<p>Los docentes coinciden en que es factible la contextualización con el medio, ya que de esta manera los estudiantes podrían visualizar y relacionar el problema planteado con la realidad.</p>

<p><b>5. ¿Cuáles fueron los recursos didácticos que utilizó para impartir su clase?</b></p>	<p>-Materiales para construir hipérbolas, armar parábolas.</p>	<p>-Los materiales didácticos no se ha utilizado con frecuencia ya que muchas veces el tiempo se vuelve enemigo de las horas de clase.</p>	<p>El profesor B expresa que debido al tiempo no puede utilizar constantemente los materiales didácticos a diferencia del profesor A que menciona que ha utilizado varias herramientas para impartir su clase.</p>
<p><b>6. ¿Considera que el material didáctico tiene beneficios dentro del proceso de enseñanza? ¿Por qué?</b></p>	<p>-El hecho de manipular los objetos, llama la atención de los estudiantes y los lleva al análisis y la relación que pueden establecer entre la teoría y la práctica. -No solo relacionan los objetos con la geometría, también lo hacen con la física y el cálculo.</p>	<p>-Existe una relación muy ligada entre la teoría y la práctica, es por esto que los materiales son de gran ayuda para alcanzar los contenidos.</p>	<p>Los docentes están de acuerdo en que la manipulación de material ayuda a una mejor comprensión; la teoría y la práctica despierta el interés del estudiante y lo lleva a establecer relaciones no solo con la asignatura, sino con otras materias como expresa el profesor A.</p>
<p><b>7. Podría recomendarnos algunos temas en los cuales sea necesario emplear material didáctico y sea factible</b></p>	<p>-Las cónicas se puede construir, empezando por la recta. -Buscar en el laboratorio de matemáticas si existe algún material que haga falta o</p>	<p>-Lo más complejo para los estudiantes es la hipérbola, se debería construir un material que le ayude al estudiante en su comprensión. -Las cónicas en</p>	<p>El profesor A indica que se debería buscar los materiales que haga falta en el laboratorio y al final los dos concuerdan en la construcción de materiales para</p>

**construirlos.**

hacer una  
réplica de alguno  
que sea  
necesario.

general y algún  
otro tema que no  
se llegue a  
completar, se  
puede  
complementar  
con estos  
materiales.

las cónicas.

---

## CAPÍTULO III

### 3.1. Propuesta

#### 3.1.1 Estructura de la propuesta

La guía didáctica está estructura de tal manera que el docente pueda manejarla con facilidad y sea un apoyo para los diferentes temas de Geometría Analítica. Consta de diez clases debidamente estructuradas, secuenciadas y ordenadas de acuerdo a los temas pertinentes. Las primeras cinco clases están relacionadas con las cónicas, las otras cinco comprenden al tema de otras curvas planas, mismas que constan de tres temas por cada clase.

Esta propuesta consta en total de veinte y ocho maquetas, mismas que fueron diseñadas y construidas para la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

En la guía está incluida tres momentos de la clase; marco teórico, desarrollo de la clase con el respectivo material didáctico y ejercicios propuestos. Todo esto con el objetivo de usar los materiales de manera correcta.

## Validación de la propuesta

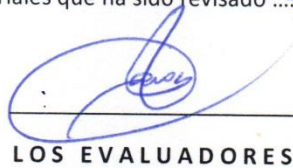
UNIVERSIDAD DE CUENCA					
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN					
CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA					
MATRIZ DE VALIDACIÓN DE EQUIPO CONCRETO					
DISEÑADO Y CREADO PARA MATEMÁTICAS Y FÍSICA					
CON MOTIVO DE TRABAJOS DE GRADUACIÓN					
TÍTULO: "ELABORACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA SISTEMAS DE REFERENCIA Y OTROS ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA COMO APOYO A LA FÍSICA"					
AUTOR: María Gabriela Vázquez González					
DENOMINACIÓN DEL MATERIAL	P A R Á M E T R O	VALORACIÓN			
		1	2	3	4
Círculo	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Círculo de centro $(h,k)$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Elipse	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Elipse de centro $(h,k)$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Elipse oblicua	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Parábola	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Parábola de centro $(h,k)$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Hipérbola	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓



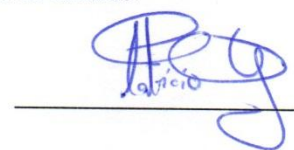
Hiperbola de centro (h; k)	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Cardioides	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Caracol de Pascal	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Epitroide	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Hipocicloide	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Baja de Agnesi	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Cicloide de Diodoro	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Cicloide	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Involuta de una circunferencia	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Espiral de Arquimedes	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Evoluta de una elipse	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓

Catenaica	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Tracti2	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Folgo de Descantos	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Trowide	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Lemniscata	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Roso de tres pétalos	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Roso de cuatro pétalos	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Espirai de Corno	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
elotoide	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				

En consecuencia, el juego de materiales que ha sido revisado sí es validado.  
Cuenca, 2019-06-18

LOS EVALUADORES





## CLASE N°1

LA  
CIRCUNFERENCIA*¿Sabías  
qué?*

El círculo y la circunferencia son  
totalmente diferentes.

La circunferencia es una línea curva,  
cerrada y plana, mientras que el círculo  
es la superficie del plano limitada por la  
circunferencia.

**Objetivo:**

Identificar el concepto y ecuación de la circunferencia.

**Anticipación:**

Lluvia de ideas con las siguientes preguntas:

1. En nuestro medio, ¿en dónde podemos encontrar circunferencias?
2. ¿Qué es una circunferencia?

**Construcción:**

1. Con las ideas expresadas construir la definición de Circunferencia.



Circunferencia es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que se conserva siempre a una distancia constante de un punto fijo de ese plano.

El punto fijo se llama **centro** de la circunferencia, y la distancia constante se llama **radio**.

**2. Con la ayuda del material didáctico identificar los elementos de la circunferencia y definirlos.**

**Centro:** Punto central que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

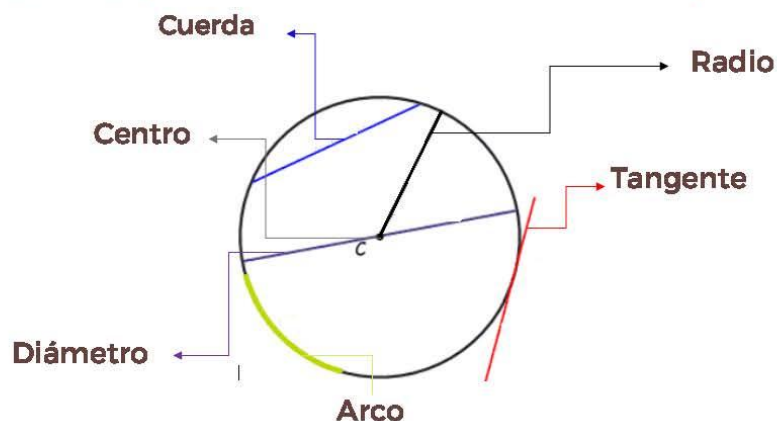
**Cuerda:** Pedazo de recta que corta dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

**Diámetro:** Mayor cuerda que une dos puntos de una circunferencia.

**Radio:** Pedazo de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.

**Arco:** Porción de la circunferencia determinada por dos puntos distintos de ella.

**Tangente:** Recta que toca a la circunferencia en un solo punto.



**3. Exponer las expresiones matemáticas para la circunferencia y realizar los ejemplos pertinentes.**

**Ecuación de la circunferencia con centro en el origen:**

$$x^2 + y^2 = r^2$$

**Ecuación de la circunferencia con centro en (h,k):**

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

**Ejemplo:**

**Hallar la ecuación de la circunferencia de centro C(-2; 3) y radio 4.**

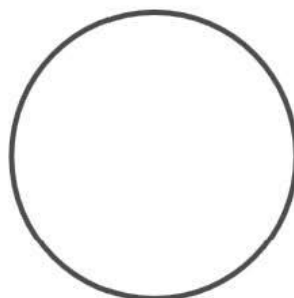
$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$

$$((x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9)) = 16$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y = 3$$

### **Consolidación:**

**1. En el siguiente gráfico y con la ayuda de una regla ubique todos los elementos de una circunferencia. (Puede ayudarse también con la figura #1)**



2. Escribir la ecuación de la circunferencia de centro  $C(2;-4)$  y radio  $r=2$ .

Sol:  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$

3. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo radio es 5 y su centro  $C(6;-3)$ .

Sol:  $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$

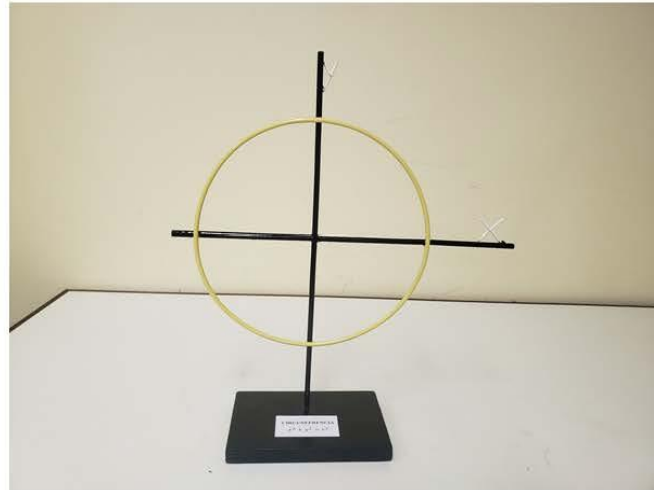
4. Determinar el centro y radio de la siguiente ecuación de la circunferencia:  $2x^2 + 2y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$ .

Sol: Centro  $(3/2 ; -5/2)$  y  $r^2 = 5$

5. Determinar el centro y radio de la siguiente ecuación de la circunferencia:  $7x^2 + 7y^2 - 22x + 52y + 21 = 0$ .

Sol: Centro  $(11/7 ; -26/7)$  y  $r^2 = 650/49$

**Figura #1**



**Circunferencia con centro en el origen**

**Figura #2**



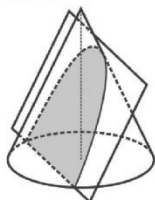
**Circunferencia con centro en  $(h;k)$**

## CLASE N°2

## LA PARÁBOLA

*¿Sabías  
qué?*

De la intersección del cono con un plano paralelo a su generatriz se obtiene la parábola.

**Objetivo:**

Deducir el concepto y ecuaciones relacionadas con la parábola. Aplicarlos correctamente al desarrollo de los ejercicios propuestos en las actividades.

**Anticipación:**

Observe el siguiente video en YouTube:

<https://www.youtube.com/watch?v=CZpRhyROMyQ>

Se titula ¿Para qué sirve una parábola en la vida real? Se explica los diferentes medios en donde se puede encontrar una parábola, el video es de aproximadamente tres minutos.



GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE



1. Socializar el video con los estudiantes preguntando:

- ¿Cuál ha sido la forma de la parábola?
- ¿La parábola la encontramos solo dentro de la geometría analítica?
- Plantear más ejemplos en donde se pueda encontrar la parábola.

### Construcción:

#### Definición conceptual

##### Definición de parábola

Una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

Elementos de la parábola en la figura:

**F:** El punto fijo  $F$  se llama **foco** de la parábola.

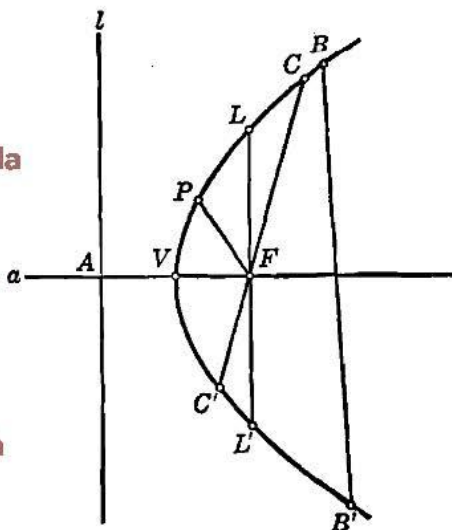
**l:** La recta fija  $l$  se llama **directriz** de la parábola.

**a:** La recta  $a$  es el **eje de la parábola**.

**V:** El punto  $V$  es el **vértice**.

**BB':** El segmento  $BB'$  que une dos puntos cualesquiera diferentes de la parábola se llama **cuerda**.

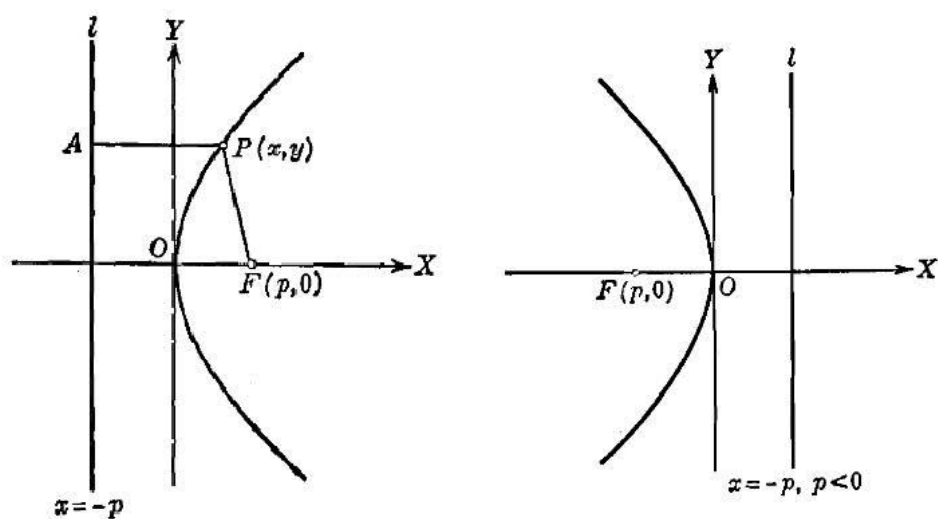
**CC':** El segmento  $CC'$  es la **cuerda focal**.



**LL':** La cuerda focal LL' perpendicular al eje se llama **lado recto**.

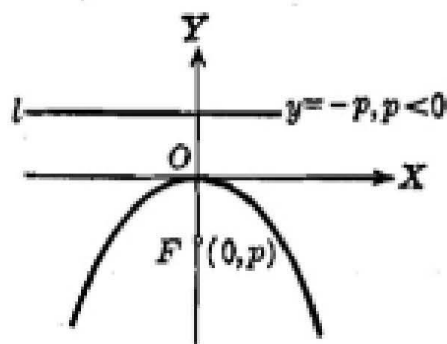
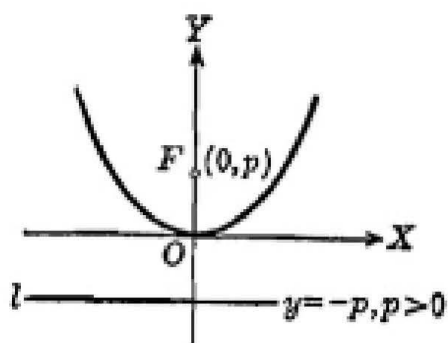
**P:** Si **P** es un punto cualquiera de la parábola, la recta FP que une el foco F con el punto P se llama **radio focal** de P.

**Ecuación de la parábola de vértice en el origen y un eje coordenado**



Si el vértice de la parábola está en el origen y su eje coincide con el eje X, la ecuación de la parábola es :

$$y^2 = 4px$$



Si el vértice de la parábola está en el origen y su eje coincide con el eje Y, la ecuación de la parábola es :

$$x^2 = 4py$$

Ecuación de una parábola de vértice (h,k) y eje paralelo a un eje coordenado

La ecuación de una parábola de vértice (h,k) y eje paralelo al eje X, es de la forma:  $(y-k)^2 = 4p(x-h)$

Si  $p > 0$ , la parábola se abre hacia la derecha; si  $p < 0$ , la parábola se abre hacia la izquierda.

La ecuación de una parábola de vértice (h,k) y eje paralelo al eje Y, es de la forma:  $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

Si  $p > 0$ , la parábola se abre hacia arriba; si  $p < 0$ , la parábola se abre hacia abajo.



### Ejercicio propuesto

Una parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje Y pasa por el punto (4; -2). Hallar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto. Trazar la gráfica correspondiente.

### Solución

Como la parábola pasa por el punto (4; -2), las coordenadas de ese punto deben satisfacer la ecuación.

$$x^2 = 4py$$

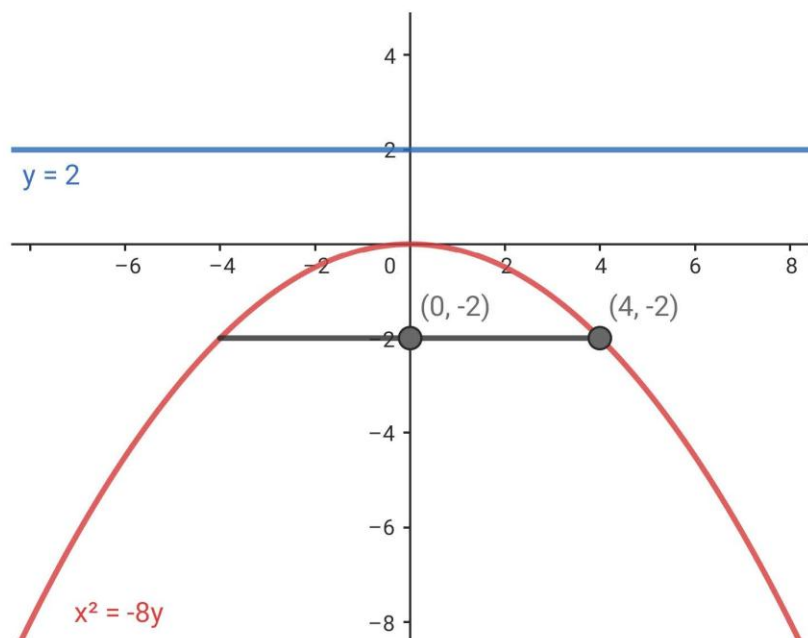
$$16 = 4p(-2)$$

de donde  $p = -2$ , y la ecuación buscada es :  $x^2 = -8y$

La ecuación de la directriz es:  $y = -p$ , entonces  $y = 2$ .

La longitud del lado recto es:

$$|4p| = 8$$

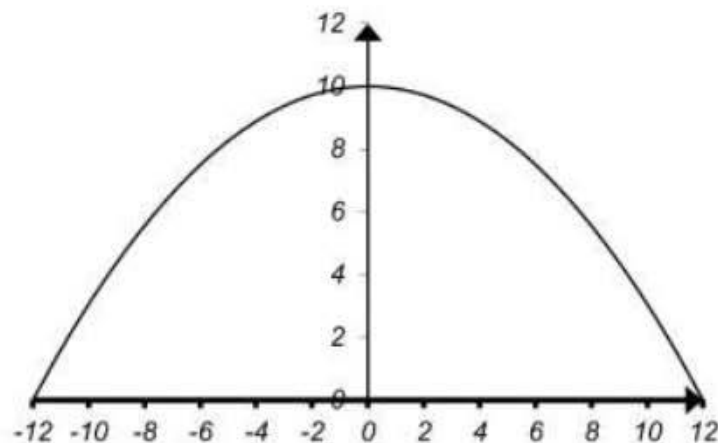


**Consolidación:**

1. La ecuación de una parábola está dada por  $y = x^2$ . Explique de manera gráfica si el punto (2;5) se encuentra dentro o fuera de la parábola.

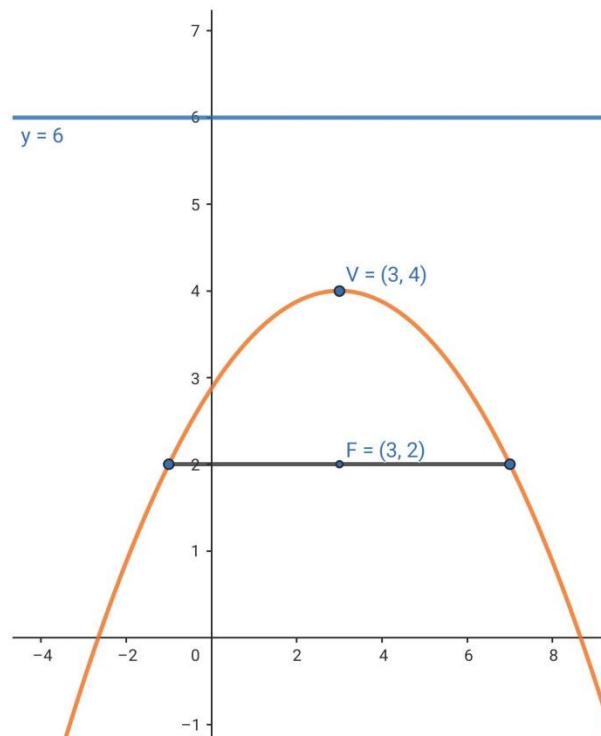
**Sol:** El punto (2;5) se encuentra dentro de la parábola

2. Resuelva el siguiente problema: Un túnel en forma de arco parabólico vertical, tiene una altura máxima de 10 metros y sus puntos de apoyo en el suelo están separados 24 metros. ¿El foco de la parábola está arriba del suelo o por debajo de él?



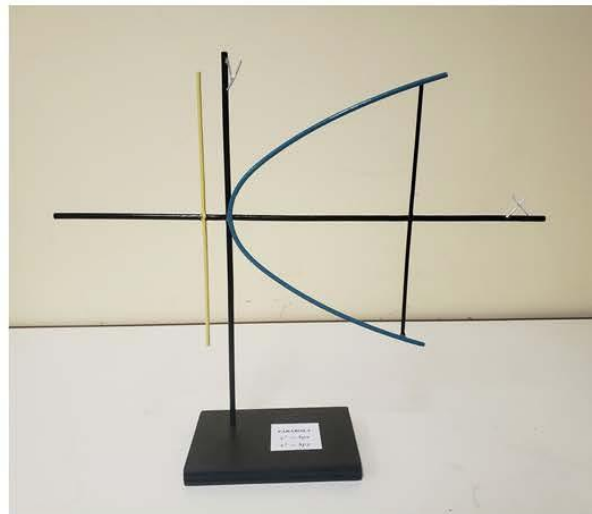
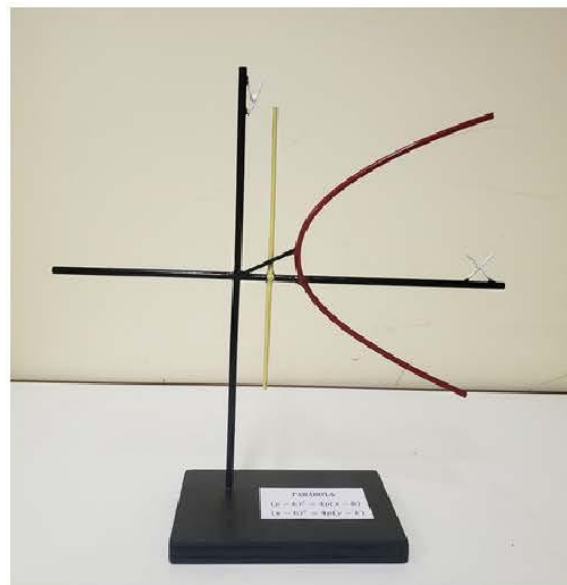
**Sol:** El foco de la parábola está 6,4 metros arriba del suelo.

3. Dada la gráfica; establezca la ecuación de la parábola.



4. Hallar la ecuación de la parábola cuya directriz es la recta  $y-1=0$ , y su foco es el punto  $(4;-3)$

Sol: Ecuación de la parábola  $x^2 = -12y$

**Figura #3****Parábola con centro en el origen****Figura #4****Parábola con centro en (h;k)****GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE**

## CLASE N°3

## LA ELIPSE

*¿Sabías  
qué?*

Un balón de rugby es un elipsoide  
de revolución, es decir una elipse  
girando.

**Objetivo:**

Deducir el concepto y ecuaciones relacionadas con la elipse.  
Aplicarlos correctamente al desarrollo de los ejercicios  
propuestos en las actividades.

**Anticipación:****Historia de la Elipse**

Johannes Kepler (1571 - 1630) astrónomo y matemático alemán es  
conocido principalmente por sus leyes sobre el movimiento de los  
planetas en su órbita alrededor del Sol.

Kepler en 1605 había asumido que los planetas giran

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE

entorno al Sol describiendo una órbita elíptica. Cuatro años más tarde se dio cuenta que no podía ser de otra manera y redacta sus tres famosas leyes, entre ellas está:

1. Los planetas describen una elipse en su movimiento en torno al sol, el cual se encuentra en un foco de esta elipse. El mismo Kepler intentó buscar otras explicaciones: no le gustaban las órbitas elípticas, pero al fin tuvo que atenerse a los hechos.

Galileo escribía a Kepler: vuestras elipses me quitan el sueño. Pensar que los movimientos celestes no son perfectos supone que cualquier día todo el majestuoso edificio de la Creación se puede venir abajo.

Os lo repito: vuestras elipses no me dejan dormir.

Tomado de : <https://www.lifeder.com/aportaciones-kepler/>

### **Construcción:**

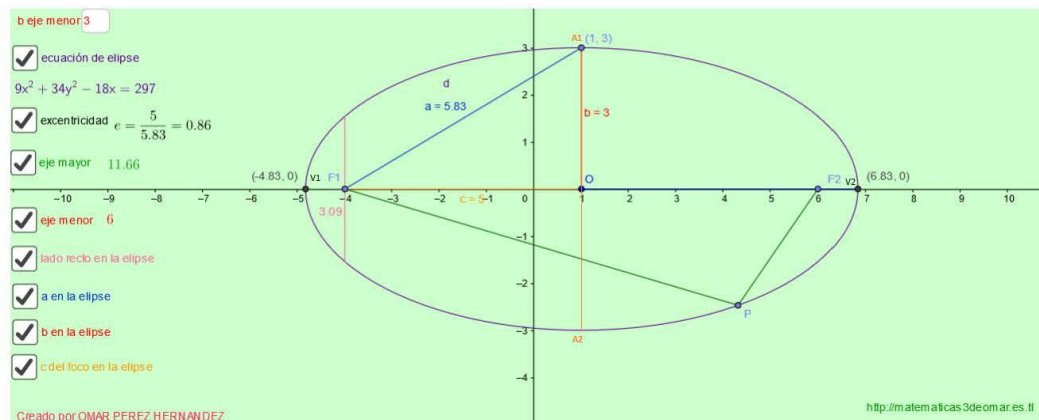
1. Dar la definición de elipse:

Una Elipse es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de ese plano es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre los dos puntos.

2. Con la ayuda del siguiente link se puede ubicar los elementos correspondientes a la Elipse:

<https://www.geogebra.org/m/Rxc8uHAc>





### Elementos de la elipse: Geogebra

**F1 y F2 son dos puntos fijos llamados focos de la elipse.**

La recta que pasa por los focos  $F_1$  y  $F_2$  se llama **eje focal**.

El eje focal corta a la elipse en dos puntos  $V_1$  y  $V_2$ , llamados **vértices**.

La porción del eje focal comprendida entre los vértices, el segmento **VIV2**, se llama **eje mayor**.

El punto O del eje focal se llama **centro**.

**El segmento A1A2 se llama eje menor.**

Una cuerda focal, perpendicular al eje focal, se llama **lado recto**.

Si P es un punto cualquiera de la elipse, los segmentos F1P y F2P que unen los focos con el punto P se llaman **radios vectores de P**.

### 3. Ecuaciones de la elipse

Ecuación de la elipse de centro en el origen y ejes coordenados los ejes de la elipse.

La ecuación de una elipse de centro en el origen, eje focal en el eje X, distancia focal igual a  $2c$  y cantidad constante igual a  $2a$ , está dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si el eje focal de la elipse coincide con el eje Y, la ecuación está dada por:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Para cada elipse,  $a$  es la longitud del semieje mayor,  $b$  la del semieje menor, y su ecuación:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Se define la excentricidad de la elipse mediante:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$



### Consolidación:

1. Con la ayuda del recurso didáctico Elipse dentro del material propuesto, identifique todos sus elementos. (Discútalos con los compañeros).

2. Las siguientes preguntas son para que el docente pueda comprobar si se alcanzó los objetivos de la clase:

- Son los puntos dentro de la elipse localizados sobre el eje mayor a una distancia constante del centro.

- a. Focos
- b. Eje focal
- c. Vértices
- d. Lado recto

Sol: a. Focos

- Es el mayor diámetro de la elipse.

- a. Eje menor
- b. Eje mayor
- c. Eje focal
- d. Lado recto

Sol: b. Eje mayor

- Segmento que se denota como  $2c$ .

- a. Eje mayor
- b. Eje menor
- c. Eje focal
- d. Excentricidad

Sol: c. Eje focal

#### EJEMPLO PROPUESTO

Una elipse tiene su centro en el origen, y su eje mayor coincide con el eje Y. Si uno de los focos es el punto (0;3) y la excentricidad es igual a  $1/2$ , hallar las coordenadas de otro foco, las longitudes de los ejes mayor y menor y la ecuación de la elipse. Graficar la elipse.

$$\text{Primero } c = 3$$

Luego

$$e = \frac{1}{2} = \frac{c}{a}$$

$$\text{Por lo tanto } a = 6$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

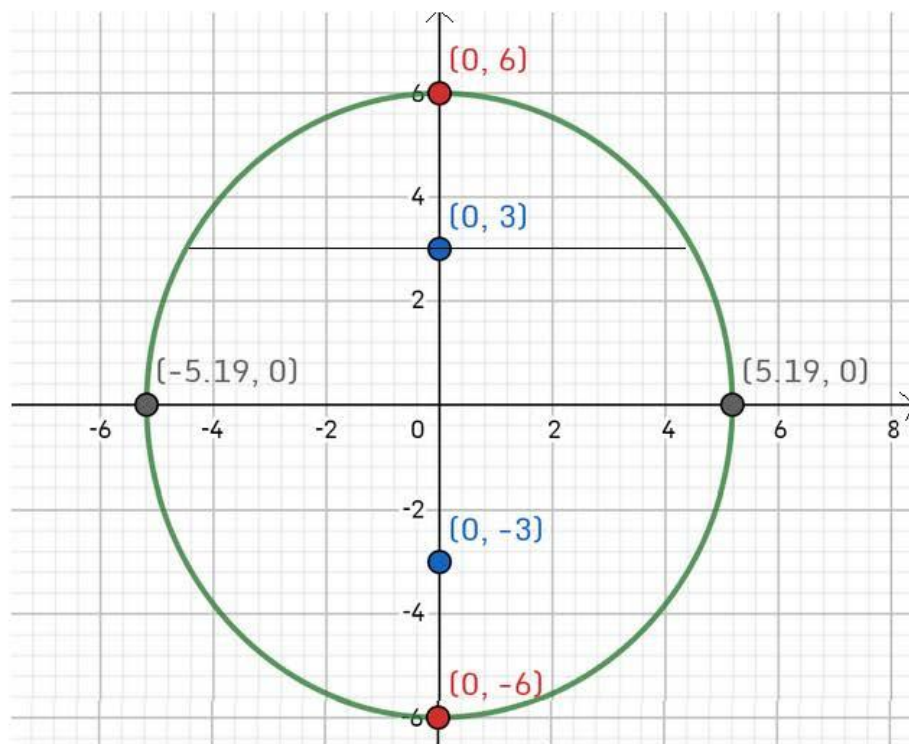
$$b = 3\sqrt{3}$$

Entonces las longitudes de los ejes mayor  
y menor son  $2a = 12$  y  $2b = 6\sqrt{3}$  respectivamente.

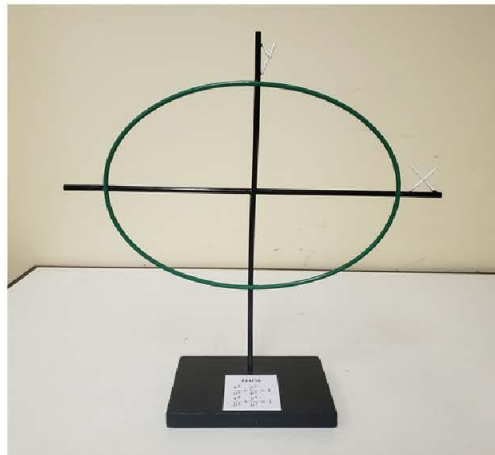
La ecuación de la elipse es:

$$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1$$

**Gráfica de la elipse:**

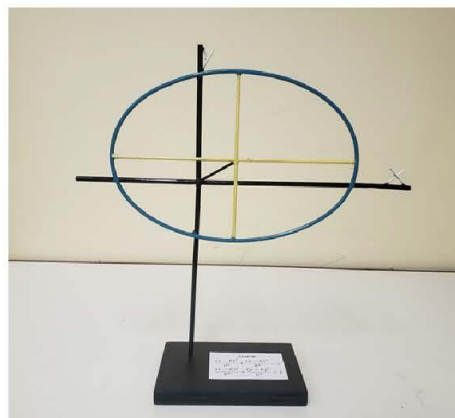


**Figura #5**



Elipse con centro en el origen

**Figura #6**



Elipse con centro en  $(h;k)$

**Figura #7**



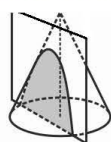
Elipse oblicua

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE

## CLASE N°4

**LA HIPÉRBOLA***¿Sabías  
qué?*

De la intersección de un plano paralelo  
al eje vertical del cono resultan dos  
curvas abiertas y simétricas.

**Objetivo:**

Comprender el concepto y ecuaciones relacionadas con la hipérbola.  
Aplicarlos correctamente al desarrollo de los ejercicios propuestos en las actividades.

**Anticipación:**

1. Investigación previa a la clase.

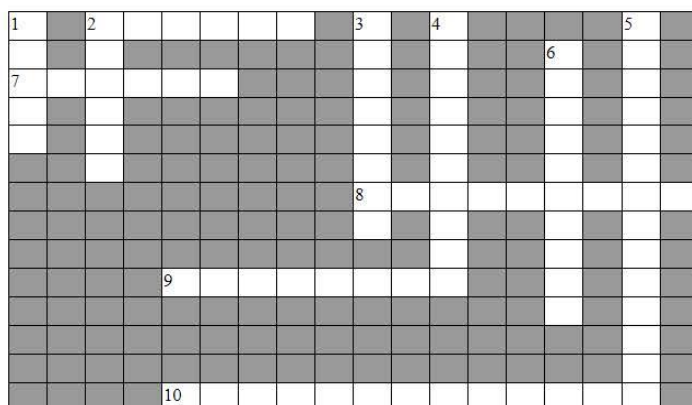
Con anticipación se envía a los estudiantes a investigar sobre la definición y elementos de la hipérbola. (El trabajo será en grupos de tres integrantes)

2. Cada grupo deber exponer en papelógrafo el trabajo investigado.

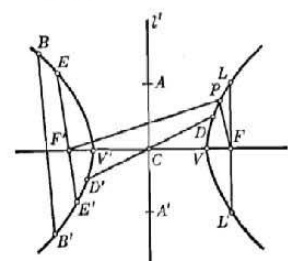
3. Se escoge al azar cuatro grupos para que expongan el trabajo. Se dará cinco minutos para cada grupo.

### Construcción:

1. Se va a construir el conocimiento mediante un crucigrama que lo llenarán los estudiantes conjuntamente con el docente ayudándose de la gráfica.



Con la ayuda de la siguiente gráfica, identifique los elementos de la hipérbola y complete el crucigrama.



#### HORIZONTAL

2. El segmento que une dos puntos diferentes cualesquiera de la hipérbola. ( $BB'$ )
7. Es el lugar geométrico de los puntos cuya relación de distancias a un punto y una recta fijos es constante.
8. Recta  $l$  que pasa por los focos
9. Una cuerda que pasa por  $C$ , tal como  $DD'$
10. El segmento  $AA'$

#### VERTICAL

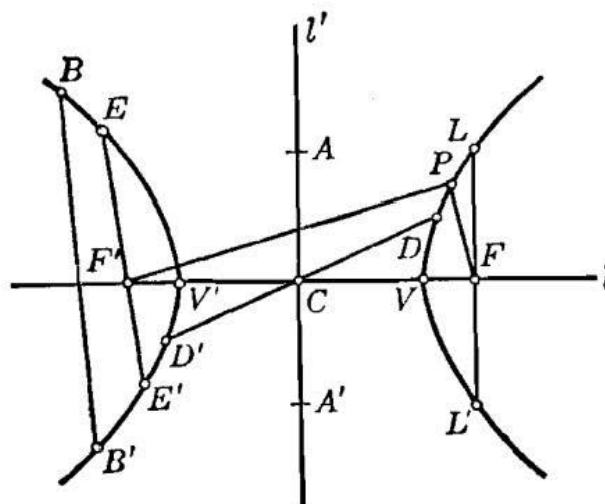
1. Qué son  $F$  y  $F'$
2. El punto medio  $C$  del eje transversal se llama:
3. Qué son  $V$  y  $V'$
4. Una cuerda focal tal como,  $LL'$ , perpendicular al eje focal  $l$ .
5. La porción del eje comprendido entre los vértice, el segmento  $VV'$ .
6. La recta  $l'$  que pasa por  $C$  y es perpendicular al eje focal  $l$ .



### Definición de hipérbola

Una Hipérbola es el lugar geométrico de los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a los puntos fijos denominados focos ( $F$  y  $F'$ ), es siempre igual a una cantidad constante, positiva y menor que la distancia entre los dos focos.

Con la siguiente gráfica se identifican los elementos de la hipérbola:



**Centro:** Punto de intersección de los ejes o punto medio  $C$  del eje transverso.

**Vértices:** Punto de intersección de la hipérbola con el eje.

**Focos:** Son los puntos fijos ( $F$  y  $F'$ ) que se encuentran sobre el eje de simetría. **Eje focal:** Es la recta  $l$  que pasa por los focos ( $F$  y  $F'$ ).

**Eje normal:** Recta perpendicular al eje de simetría ( $I'$ ).

**Eje transverso:** Segmento que une los puntos ( $V$  y  $V'$ ) de la hipérbola, su distancia es  $2a$ .

**Eje conjugado:** Es el segmento ( $AA'$ ) perpendicular al eje transverso, su distancia es  $2b$ .

**Cuerda:** Segmento que une dos puntos diferentes cualesquiera de la hipérbola ( $BB'$ )

**Lado recto:** Segmento de recta que pasa por uno de los focos y une a dos puntos de la hipérbola ( $LL'$ ).

**Ecuación de la hipérbola de centro en el origen**

Si el centro de la hipérbola está  
en el origen pero su eje  
focal coincide con el eje  $X$  :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si el centro de la hipérbola está  
en el origen pero su eje  
focal coincide con el eje  $Y$  :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

La longitud del eje transverso es igual a  **$2a$**

La longitud del eje conjugado es igual a  **$2b$**

La longitud de cada lado recto es :  $\frac{2b^2}{a}$

La excentricidad está dada por :  $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} > 1$



**Ecuación de la hipérbola de centro en el punto (h,k)**

Si el eje focal es paralelo al eje X,

la ecuación es de la forma :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Si el eje focal es paralelo al eje Y,

la ecuación es de la forma :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

**Ejemplo propuesto**

Los vértices de una hipérbola son los puntos V(0;3) y V'(0;-3), y sus focos son los puntos F(0;5) y F'(0;-5). Hallar la ecuación de la hipérbola, las longitudes de sus ejes transverso y conjugado, su excentricidad y la longitud de cada lado recto.

**Sol:** La distancia entre los vértices es  $2a=6$ , que es la longitud del eje transverso. La distancia entre los focos es  $2c=10$ , entonces  $a=3$  y  $c=5$ .

Reemplazamos los valores en  $b^2 = c^2 - a^2$

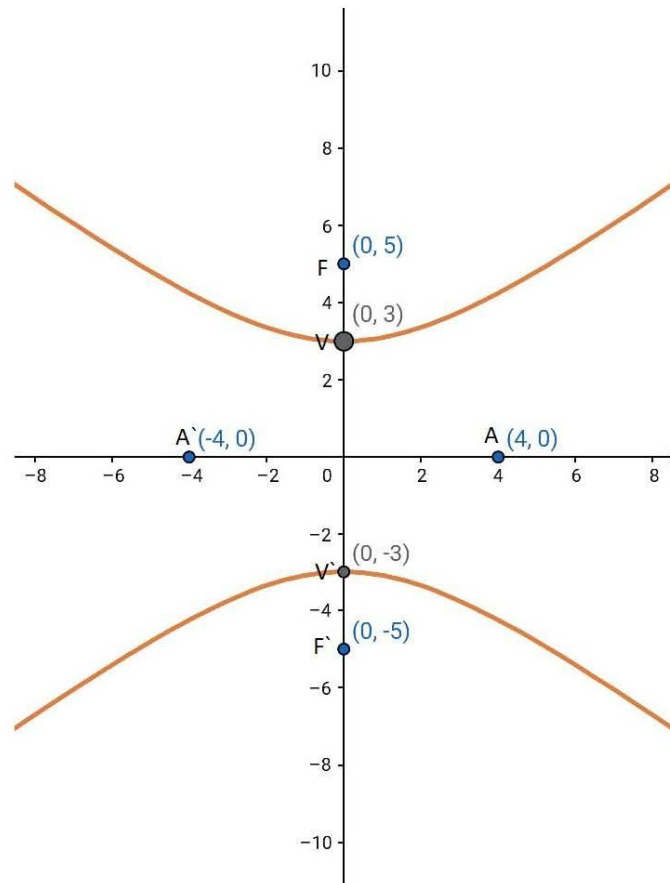
y tenemos que  $b=4$ . Por lo tanto el eje conjugado es igual a  $2b=8$ .

La ecuación de la hipérbola es entonces:  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

La excentricidad es  $e = c/a = 5/3$

La longitud de cada lado recto está dada por:  $\frac{2b^2}{a}$   
que es igual a  $32/3$ .

### Gráfica de la hipérbola



### Consolidación:

Ecuación de la hipérbola de centro en el punto  $(h,k)$

Se evaluará a los estudiantes de manera escrita. (Se adjunta la evaluación como, Evaluación: La Hipérbola, para fotocopiarla).

Se evaluará a criterio del docente.



# Evaluación: La Hipérbola

Nombre: \_\_\_\_\_

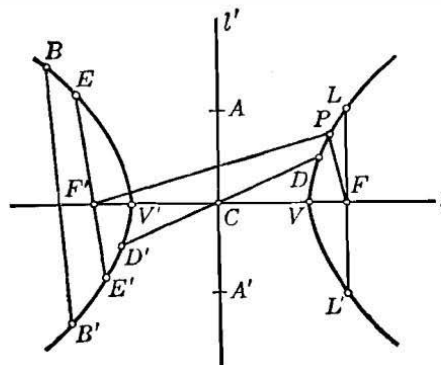
Curso: \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

Calf: \_\_\_\_\_

**Lea las instrucciones correctamente y resuelva cada enunciado:**

1. Con la ayuda de la siguiente gráfica identifique y escriba al menos 5 elementos de la hipérbola, cada uno con su definición.



---

---

---

---

---

---

---

2. Relacione la cónica con la vida cotidiana y explique ¿en dónde se podría encontrar una hipérbola?.

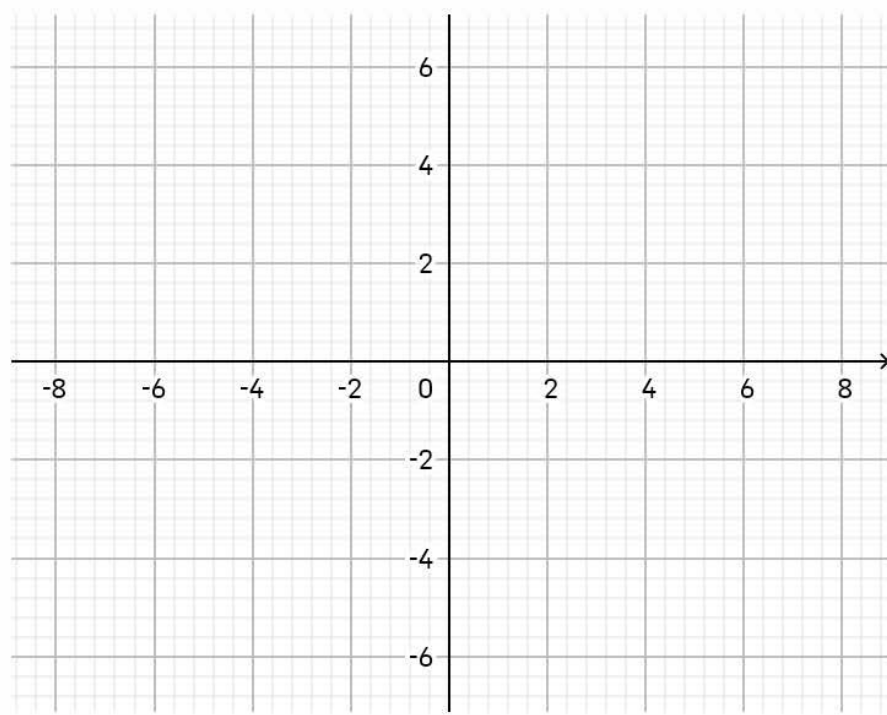
---

---

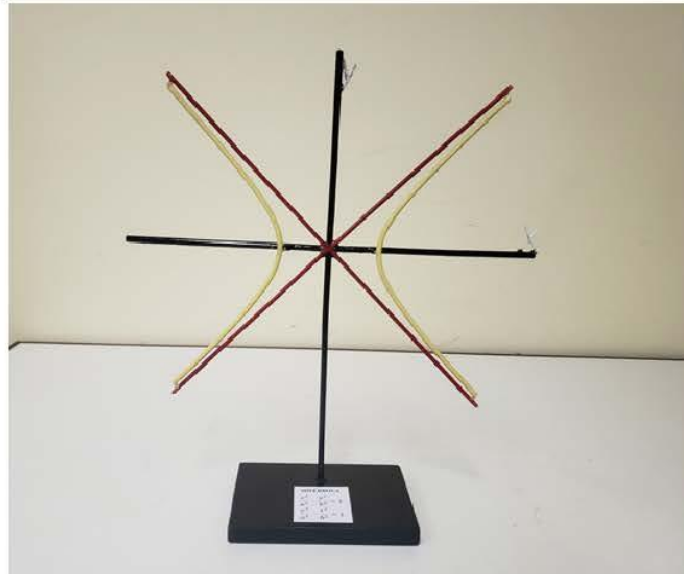
---

---

3. Con la ayuda de su formulario calcular los ejes, focos, asíntotas y representar gráficamente la siguiente parábola:  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

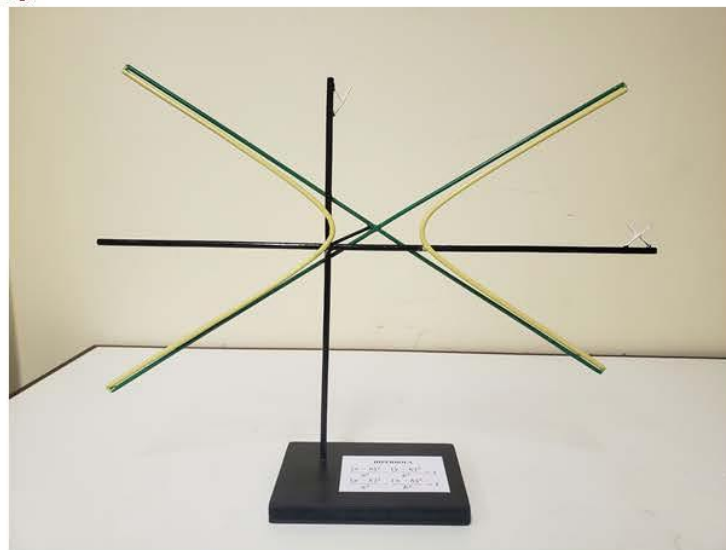


**Figura #8**



Hipérbola con centro en el origen

**Figura #9**



Elipse con centro en  $(h;k)$

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE

## CLASE N°5

**CICLOIDE, TROCOIDE  
Y EPICICLOIDE***¿Sabías  
qué?*

La cicloide es una curva que está presente en los puentes, relojes, péndulos y toboganes

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas cicloide, trocoide y epicicloide.

**Anticipación:****Historia**

**Cicloide** deriva del griego ciclos, círculo. En el año de 1599 Galileo Galilei estudió la curva y fue el primero quien le dio el nombre con el que se la conoce. Se dice también que una cicloide es un caso particular de trocoide.

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE



La palabra **trocolde** proviene de la raíz griega trokos (rueda), un término propuesto por el matemático Roberval (1602-1675).

La **epicicloide** es una línea curva descrita por un punto de una circunferencia que rueda sobre otra fija, siendo ambas tangentes exteriormente.

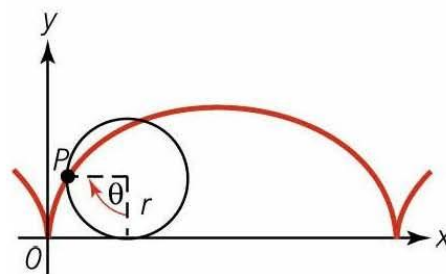
### Construcción:

#### Gráficas y ecuaciones de las curvas

Sea P un punto cuya posición sea fija con la relación a una curva C.

Si la curva C rueda, sin resbalar, sobre una curva fija C', el lugar geométrico descrito por el punto P se llama ruleta.

Un caso importante de ruleta es la curva llamada **cicloide**. Una cicloide es el lugar geométrico descrito por cualquier punto fijo de una circunferencia que rueda; sin resbalar, sobre una recta fija.



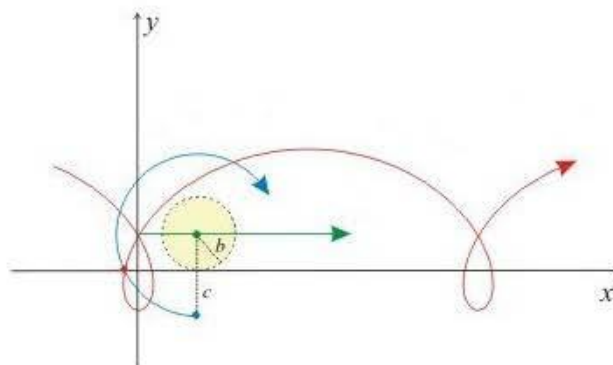
Se expresa mediante:

$$x + \sqrt{y(2a - y)} = a \cos^{-1} \frac{a - y}{a} \quad \text{o} \quad \begin{aligned} x &= a(t - \sin t) \\ y &= a(1 - \cos t) \end{aligned}$$



La cicloide es un caso especial de la ruleta conocida con el nombre de trocoide, que es el lugar geométrico descrito por un punto de un radio fijo de una circunferencia que rueda, sin resbalar, sobre una recta.

Al generarse la curva trocoide, el centro de la circunferencia se desplaza paralelamente a la recta directriz.



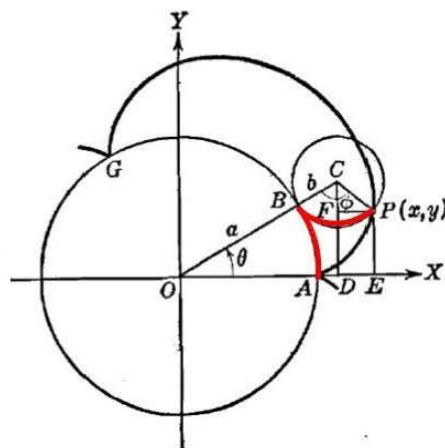
Se expresa mediante:

$$x = a\theta - b \sin \theta$$

$$y = a - b \cos \theta$$

Se tiene dos tipos de ruletas que difieren de la cicloide en que la curva fija es una circunferencia en vez de una recta.

Una **epicicloide** es el lugar geométrico descrito por un punto fijo cualquiera de una circunferencia que rueda exteriormente, sin resbalar, sobre una circunferencia fija.



Se expresa mediante:

$$x = (A + a) \cos \varphi - a \cos \left( \frac{A + a}{a} \varphi \right)$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - a \sin \left( \frac{A + a}{a} \varphi \right)$$

El número de picos y arcos depende de las magnitudes relativas de los radios  $a$  y  $b$ . Sea  $r$  la razón de  $a$  a  $b$ , de manera que  $a = rb$ . Si  $r$  es un número entero, la epicicloide será, evidentemente, una curva cerrada que tienen exactamente  $r$  picos y  $r$  arcos; se dice entonces que la curva es una epicicloide de  $r$  picos.

**Consolidación:**

Hacer una investigación sobre figuras de nuestro entorno en donde se puedan encontrar: cicloide, trocoide y epicloide.

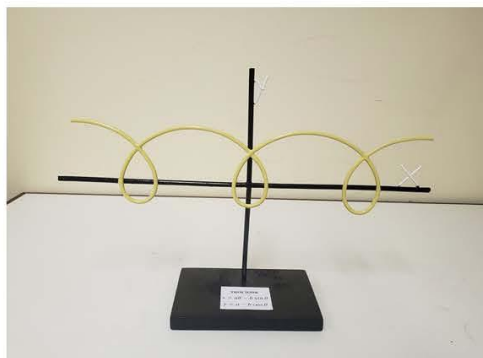
- 1.Documento impreso.
- 2.Imágenes a colores y con su respectiva descripción.
- 3.Relación de la definición con cada figura.

Figura #10



Cicloide

Figura #11



Trocoide

Figura #12

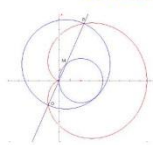


Epicloide

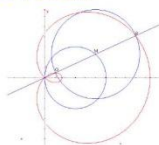
## CLASE N° 6

**CARACOL DE PASCAL,  
CARDIODE E INVOLUTA  
DE UNA  
CIRCUNFERENCIA***¿Sabías  
qué?*

La cardiode es un caso especial del  
caracol de Pascal.



Cardioides



Caracol de Pascal

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas caracol de Pascal, cardiode e involuta de una circunferencia

**Anticipación:****Historia**

El **caracol** recibe su nombre de Etienne Pascal, padre de Blaise Pascal, aunque también fue estudiada por Roberval. La curva fue nombrada por Gilles de Roberval cuando la utilizaba como un ejemplo para la búsqueda de líneas tangentes.

El nombre de **cardioide** viene del griego *cardi*, corazón, y *eidos*, forma que fue usado primero por Johann Castillon.

La evolvente del círculo, a veces llamada involuta, **involuta** es una curva plana de desarrollo, cuyas normales son tangentes de la circunferencia.

Fue estudiada originalmente por Christian Huygens, que trataba de diseñar relojes de péndulo para uso marino. Huygens utilizó la cicloide para forzar la oscilación regular del péndulo. Cuando un hilo tenso se enrolla en una cicloide, cada uno de sus puntos describe un cicloide, es decir, la curva de desarrollo de una cicloide es una cicloide, como la de una circunferencia es una evolvente.

### Construcción:

Gráficas y ecuaciones de las curvas

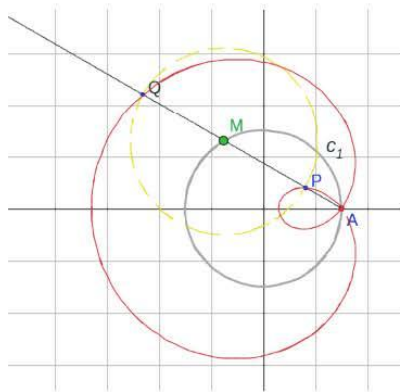
#### Caracol de Pascal

Definición: Se puede definir como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a los puntos de una circunferencia es una constante, estando la distancia medida en las cuerdas trazadas desde un punto fijo de la propia circunferencia.

Al trazar una cuerda con origen en el punto A de una circunferencia, la cortará en otro punto representado por M. P y Q serán equidistantes de M como se muestra en la siguiente figura.

Se expresa mediante:





La recta que pasa por los centros del círculo fijo y del móvil, es paralela a la que pasa por punto de retroceso y el punto del círculo móvil que describe la cardioide.

Se expresa mediante:

$$(x^2 + y^2 - ax) = l^2(x^2 + y^2)$$

$$x = a \cos^2 \varphi + l \cos \varphi$$

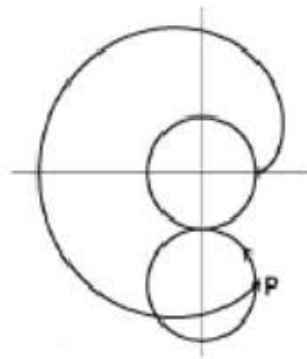
$$y = a \sin \varphi \cos \varphi + l \sin \varphi$$

$$r = a \cos \varphi + l$$



**Cardioides**

La cardioides es la curva que dibuja un punto fijo P en un círculo que rueda sobre el exterior de un círculo fijo de igual tamaño.



Se expresa mediante:

$$(x^2 + y^2)^2 - 2ax(x^2 + y^2) = a^2y^2$$

$$x = a \cos \varphi (1 + \cos \varphi)$$

$$y = a \operatorname{sen} \varphi (1 + \cos \varphi)$$

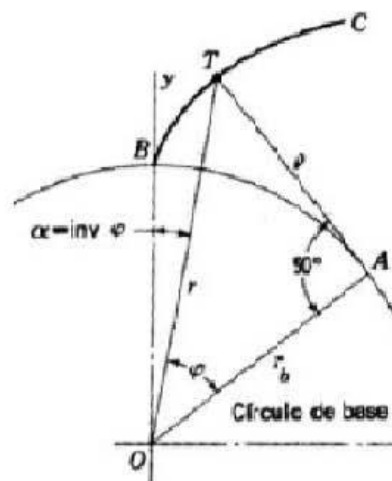
$$r = a(1 + \cos \varphi)$$

La cardioides también puede obtenerse como la inversa de la parábola, con foco en el origen, con respecto a su foco.

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE

### Involuta de una circunferencia

**Definición:** La involuta se define como el lugar geométrico de los puntos de un plano que verifican que la tangente por ellos a una circunferencia, llamada circunferencia de base, define un punto de tangencia que dista del punto considerado una distancia igual a la longitud del arco de la circunferencia de base limitado por el punto de tangencia y uno dado de la circunferencia.



B es el punto a partir del cual se inicia, denominado origen de la involuta.

Se expresa mediante:

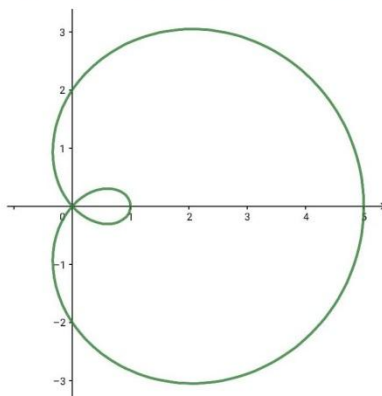
$$x = a(\cos\varphi + \varphi \sin\varphi)$$

$$y = a(\sin\varphi - \varphi \cos\varphi)$$

**Consolidación:**

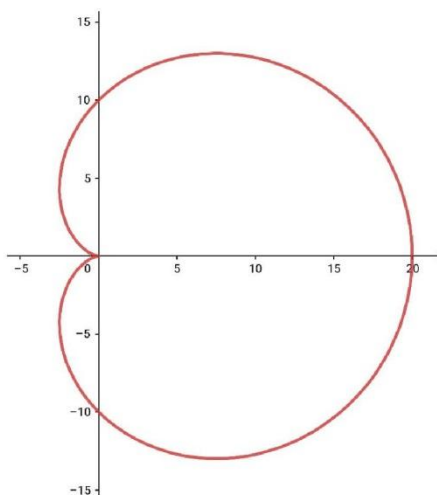
1. Construya la gráfica de un caracol de Pascal, tal que  $l=2$  y  $a=3$

Sol:



2. Construya la gráfica de una cardiode, tal que  $a=10$

Sol:



**Figura #13**



**Caracol de Pascal**

**Figura #14**



**Cardioide**

**Figura #15**

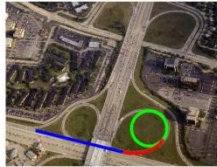


**Involuta de una circunferencia**

## CLASE N° 7

**CLOTOIDE Y ESPIRAL DE ARQUÍMEDES***¿Sabías qué?*

La clotoide es la reina de las curvas en el trazado de carreteras.

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas Clotoide y Espiral de Arquímedes.

**Anticipación:****Historia**

Se le da el nombre de **Espiral de Cornu o clotoide**, en honor del físico francés Alfred Marie Cornu (1841-1902) quién utilizó esta curva en el diseño de un aparato para medir la intensidad de la luz.

**Clotoide**, recibe su nombre del vocablo griego Klothó que significa "hilandera".

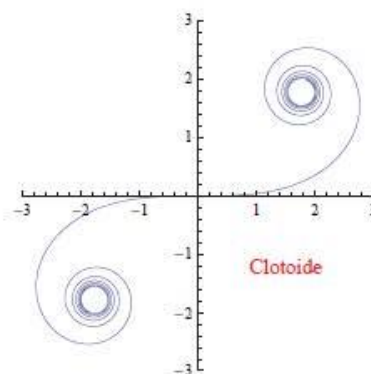
**Espiral de Arquímedes:** Arquímedes extraordinario innovador en el arte militar fue sobre todo, un genio de la matemática. A él se le debe la primera espiral.

### Construcción:

#### Gráficas y ecuaciones de las curvas

##### Clotoide

La clotoide es la curva plana cuya curvatura varía linealmente con la longitud del arco. Debido a esta propiedad la clotoide es usada en el trazado de carreteras y de vías de ferrocarril, como curva de transición entre dos rectas diferentes, una recta y un arco de círculo o dos arcos de círculos de diferente radio. Las curvas clotoides también constituyen los tramos componentes de las curvas de interpolación denominadas splines geométricos o intrínsecos se utiliza en la construcción de carreteras para enlazar una recta con una curva, de tal forma que el tránsito se haga gradualmente.





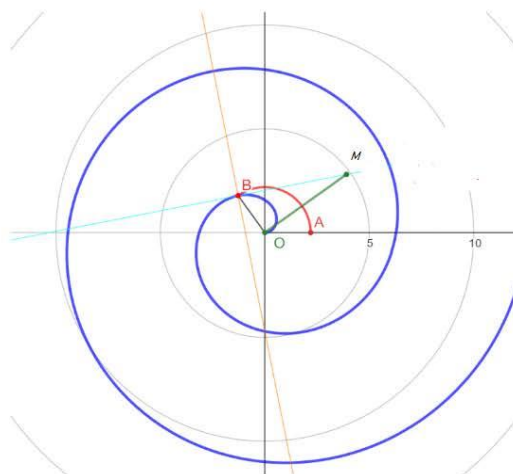
Se expresa mediante:

$$\begin{cases} x = a\sqrt{\pi}\cos^c t \\ y = a\sqrt{\pi}\sen^c t \end{cases}$$

### Espiral de Arquímedes

Supongamos que un canal gira sobre uno de sus extremos y que desde este extremo es lanzada una canica a velocidad constante. La trayectoria de la canica, vista desde arriba, trazará una espiral de Arquímedes.

La espiral de Arquímedes es el lugar recorrido por un punto M que recorre con velocidad constante un radio vector OM que gira alrededor del punto O con una velocidad angular también constante.





Se expresa mediante:

$$r = a\varphi$$

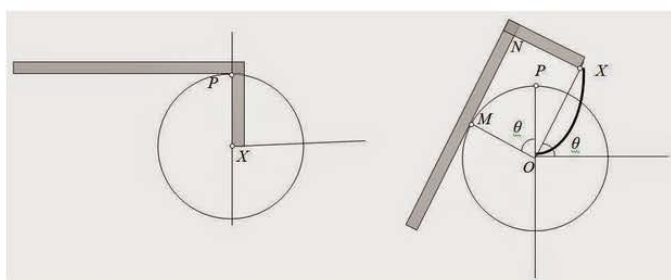
### Consolidación:

#### Contestar las siguientes preguntas

1. ¿Con qué otro nombre se le conoce a la espiral de Cornu?
2. Describa la propiedad de la clotoide para el trazado de las carreteras.
3. Con las siguientes instrucciones, construya la espiral de Arquímedes: Dibuje una circunferencia de radio R. Haga una escuadra en la que su brazo corto tenga por longitud el radio de la circunferencia. Sea el punto X, en el extremo de la escuadra que coincide con el centro de la circunferencia, tal como se ve en el dibujo.

Si se rueda el lado largo de la escuadra sobre la circunferencia, resulta  $MN = \text{arco MP}$

$MN = OX$  se tiene que el punto X describe una espiral de Arquímedes



**Figura #16**



**Curva de vibración**

**Figura #17**



**Clotoide**

**Figura #18**



**Cardioide**

**GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE**

## CLASE N° 8

**FOLIO DE DESCARTES,  
ROSA DE TRES PETALOS  
Y ROSA DE CUATRO  
PETALOS***¿Sabías  
qué?*

El folio de Descartes es conocido  
también con el nombre de hoja de  
Descartes, por su forma.  
Figura #19

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas folio de Descartes, rosa de tres pétalos y rosa de cuatro pétalos.

**Anticipación:****Historia**

**Folio de Descartes:** Nació de una de las frecuentes disputas entre sabios, que en el siglo XVII gestaron la geometría analítica. Descartes la propuso para refutar el método planteado por Fermat para encontrar la tangente a la curva.

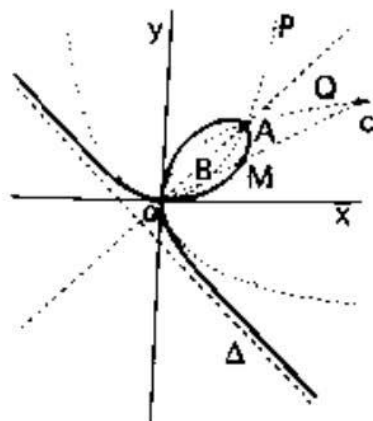
Las **rosas** son curvas que llevan este nombre por su forma de flor. Fue estudiada por el matemático Luigi Guido Grandi, en torno al 1725, en su libro *Flores Geometrici*. Como casos particulares, la rosa de tres pétalos recibe también el nombre de trifolium regular y la de cuatro, el de quadrifolium.

### Construcción:

#### Gráficas y ecuaciones de las curvas

##### Folio de Descartes

La curva se obtiene de un punto A y las dos parábolas P y Q de vértice O, que pasando por este punto tienen el origen como vértice y respectivamente Ox y Oy como ejes de simetría. Se traza un vector cualquiera que se cruce con las dos parábolas en los puntos B y C. La combinación armónica M de O en relación de B y C describe un folio de Descartes.



**Se expresa mediante:**

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

$$x = \frac{3at}{1 + t^3}$$

$$y = \frac{3at^2}{1 + t^3}$$

**La ecuación para las rosas es:**  $r = a \operatorname{sen} n\theta$

**donde  $n$  es entero y  $a$  es un número real.**

**Si  $n$  es impar, la rosa tiene  $n$  pétalos; si,  $n$  es par, la rosa tiene  $2n$  pétalos.**

**Rosa de tres pétalos**

**Se expresa mediante:**

$$r = a \operatorname{sen} n\theta$$

**Rosa de cuatro pétalos**

Se expresa mediante:

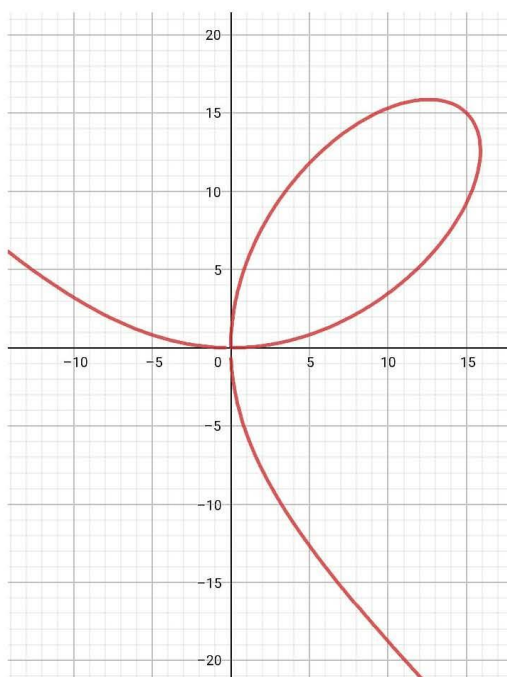
$$r = a|\operatorname{sen} 2\varphi|$$

**Consolidación:**

Grafique las siguientes curvas en una hoja milimetrada.

1. Construya un folio de Descartes para  $a=10$

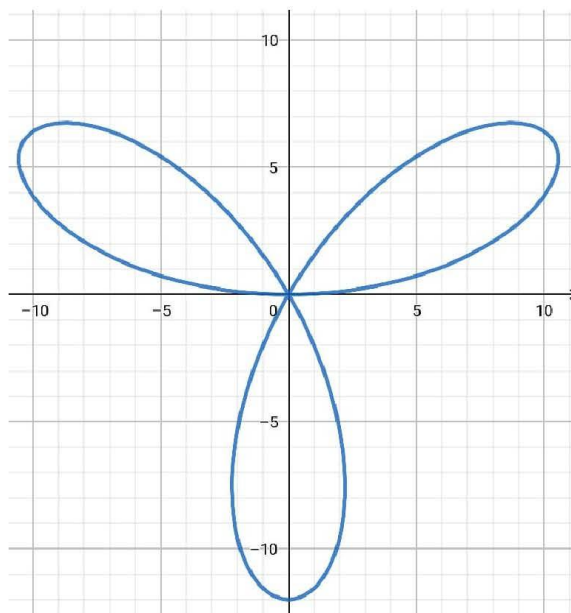
Sol:





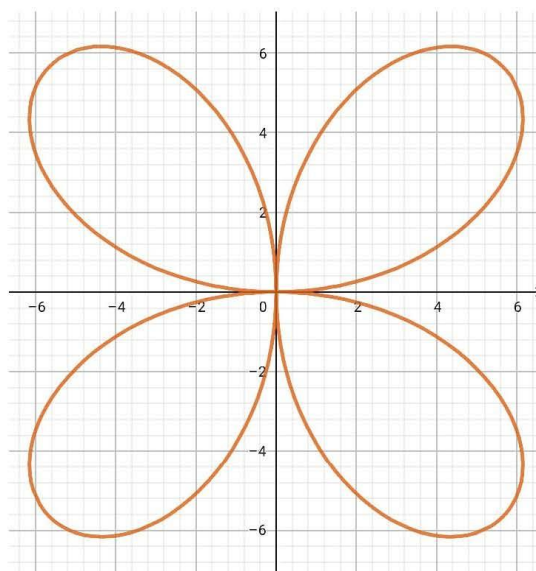
2. Construya una rosa de tres pétalos, tal que  $a = 12$

Sol:



3. Construya una rosa de cuatro pétalos, tal que  $a = 8$

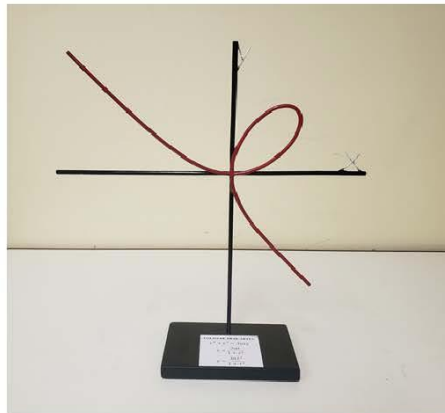
Sol:



GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE



**Figura # 19**



**Folio de Descartes**

**Figura # 20**



**Rosa de tres pétalos**

**Figura # 21**



**Curva de vibración**

## CLASE N°9

**EVOLUTA DE UNA  
ELIPSE, HIPOCICLOIDE  
Y LEMNISCATA***¿Sabías  
qué?*

La forma que tiene la envolvente de todas las trayectorias de los cohetes que se lanzan desde un punto, con velocidad inicial fija, en todas las direcciones posibles, es una parábola.

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas: evoluta de una elipse, hipocicloide y lemniscata.

**Anticipación:****Historia**

**Evoluta** : Este vocablo en su etimología proviene del latín «evölŭta», forma femenino de «evolŭtus», que quiere decir desarrollado.

**Hipocicloide:** Es otro tipo de ruleta cicloidal que de igual forma es la curva que describe un punto sobre una circunferencia generatriz. Su nombre Hipo significa debajo y ciclos "círculo" es decir, debajo del círculo.

**Lemniscata:** Su nombre proviene del griego Lemniskos, que significa cinta. Lemniscus en latín, que en la antigua Roma designaba un lazo que colgaba de la corona triunfal en señal de honor. Tiene forma de ocho tumbado.

### Construcción:

#### Gráficas y ecuaciones de las curvas

##### Evoluta de una elipse

La evoluta de una elipse como la envolvente de sus rectas normales (fig. B). El círculo que se mueve es el círculo osculador a la elipse, cuyo centro es el centro de curvatura. También, la recta tangente a la evoluta es normal a la elipse, es decir, la evoluta es la envolvente de las normales a la elipse (fig. B).

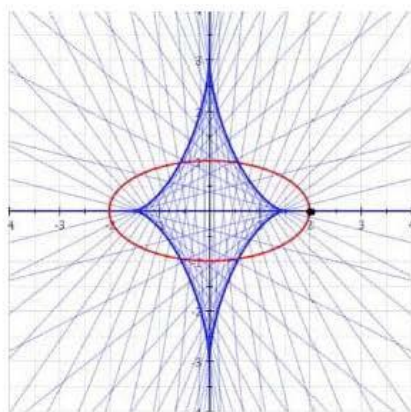


Figura A

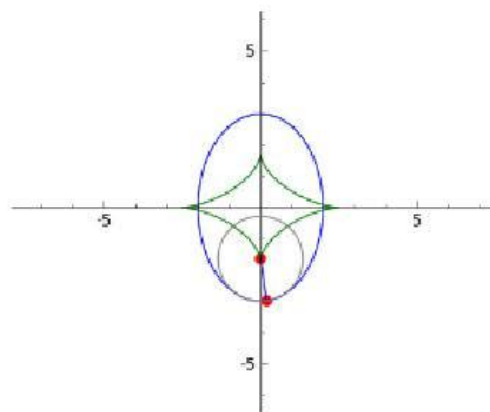


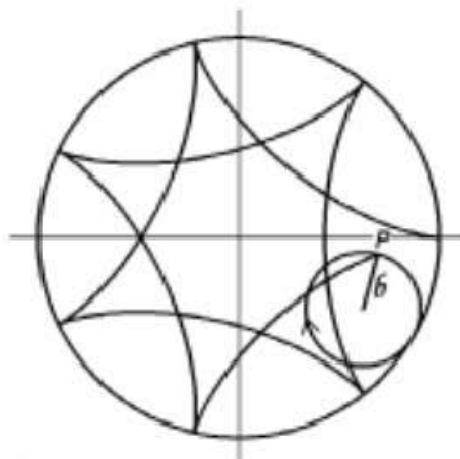
Figura B

Se expresa mediante:

$$(ax)^{\frac{2}{3}} + (by)^{\frac{2}{3}} = (a^2 - b^2)^{\frac{2}{3}}$$

### Hipocicloide

La hipocicloide es la curva trazada por un punto fijo  $P$  en la circunferencia de un círculo de radio  $b$ , el cual rueda sin resbalar en el interior de un círculo fijo de radio  $a$ .



Se expresa mediante:

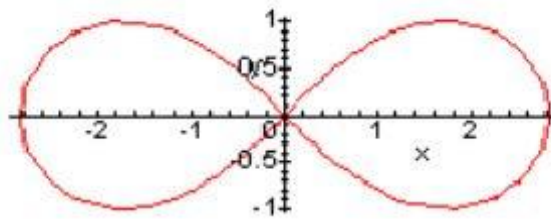
$$x^{2/3} + y^{2/3} = A^{2/3}$$

$$x = a \cos^3 \varphi$$

$$y = a \sin^3 \varphi$$

**Lemniscata**

Cuando  $a=b$ , el origen es un punto del óvalo que adquiere forma de ocho. Se puede definir como el lugar geométrico de puntos  $M$ , tales que el producto de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, sea igual al cuadrado de la semidistancia entre los dos focos.



$$a^2 = b^2 = 4$$

Se expresa mediante:

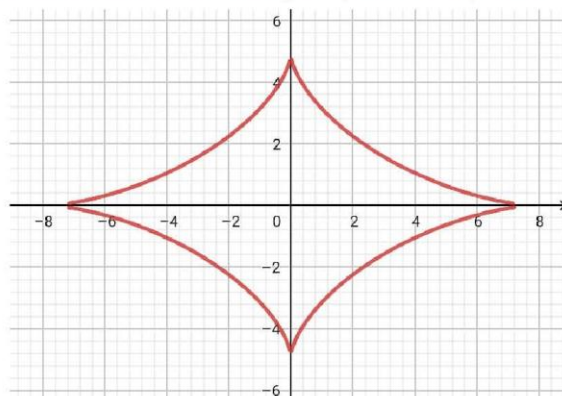
$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$$

$$r = a\sqrt{2 \cos 2\varphi}$$

**Consolidación:**

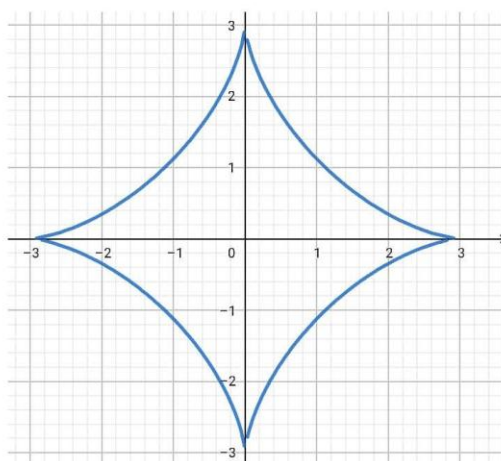
1. Construya la evoluta de una elipse para  $a=5$  y  $b=8$

Sol:



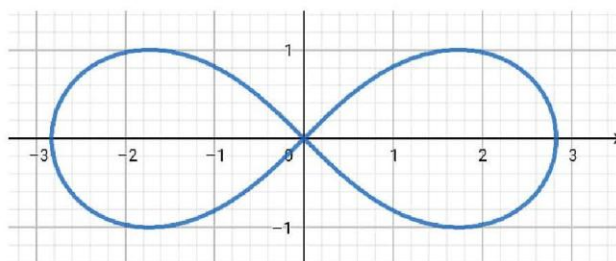
2. Construya una hipocicloide para  $A=3$

Sol:



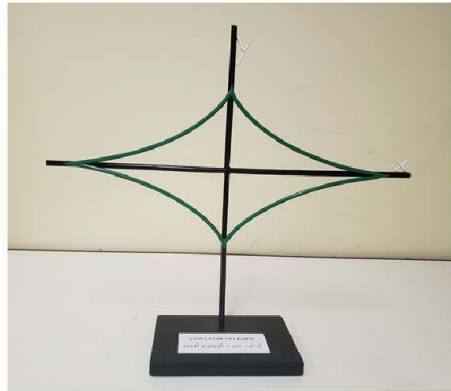
3. Construya una lemniscata para  $a=2$

Sol:



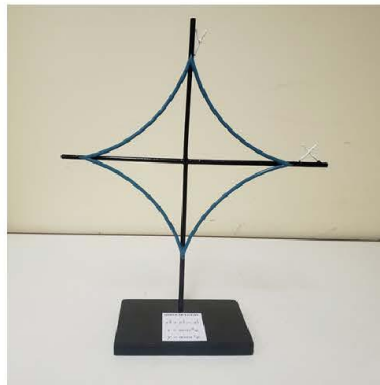


**Figura # 21**



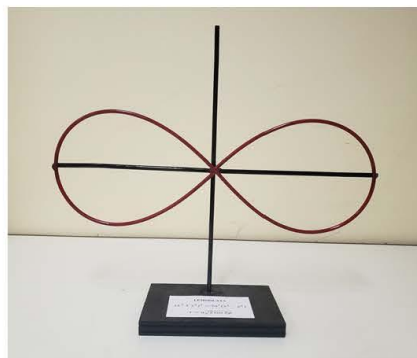
**Evoluta de una elipse**

**Figura # 22**



**Hipocicloide**

**Figura # 23**



**Lemniscata**



## CLASE N°10

**BRUJA DE AGNESI,  
CISOIDE DE DIOCLE'S Y  
TRACTRIZ***¿Sabías  
qué?*

María Gaetana Agnesi, fue una gran  
matemática y defensora de la educación  
de las mujeres

**Objetivo:**

Conocer las definiciones y ecuaciones relacionadas con las curvas: evoluta de una elipse, hipocicloide y lemniscata.

**Anticipación:****Historia**

**Bruja de Agnesi:** En su libro, Agnesi confundió la palabra "Versovia" con "versiera", otra palabra latina que significa "abuela del diablo" o "bruja", de ahí viene el nombre de la curva: "la Bruja de Agnesi"

**Cisoide de Diocles:** El nombre de cisoide (viene de una palabra griega que significa en forma de hiedra) se mencionó por el griego Geminus. Esta curva se la atribuye a Diocles, quien la concibió para solucionar el problema de la duplicación del cubo, que junto con el de la cuadratura del círculo y de la trisección de un ángulo fueron los tres grandes problemas geométricos. Para el siglo XVII, los matemáticos Roberval y Slusse analizaron y profundizaron en la definición de la curva.

**Tractriz:** El nombre de tractriz viene del latín tractus que significa tirar, jalar, arrastrar.

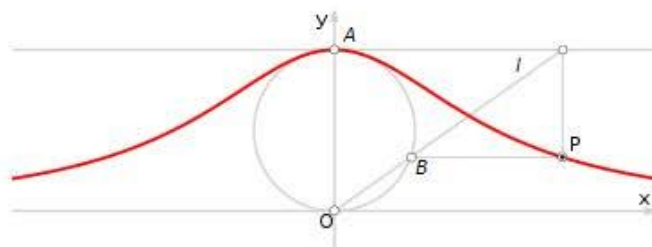
### Construcción:

#### Gráficas y ecuaciones de las curvas

##### Bruja de Agnesi

Para obtener la curva se tiene una secante  $OI$  a través del punto fijo  $O$  que corta al círculo en  $B$ . Construyendo  $BP$  perpendicular al diámetro  $OA$  e  $IP$  paralelo a él. El punto  $P$  es un punto de la Bruja de Agnesi.

La curva es el lugar geométrico que describe el punto  $P$  a medida que  $I$  gira en torno a  $O$ .



GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE

Se expresa mediante:

$$y = \frac{a^2}{a^2 + x^2}$$

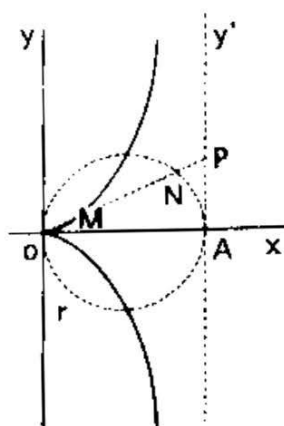
La curva es simétrica con respecto al eje Y y asintótica al eje X.

La Bruja de Agnesi encuentra aplicación en la descripción física de los fenómenos de resonancia, por ejemplo, un átomo afectado por una radiación monocromática, emite radiación cuya intensidad depende de la frecuencia de la radiación emitida, y la relación entre las dos radiaciones viene dada por la Bruja de Agnesi, con el máximo en la longitud de onda de la luz incidente.

En Estadística, la Distribución de Cauchy de una variable aleatoria, se expresa por una Bruja de Agnesi.

### Cisoide de Diocles

Para graficar la curva sabiendo que AY' es la tangente en A al círculo de diámetro OA=a, se traza un vector OPN que corte al círculo en N y AY' en P. Al llevar OM=NP, el punto M describe una cisoide recta.



Se expresa mediante:

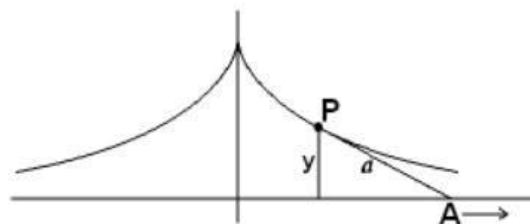
$$r = a \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi}{\cos \varphi}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{at^2}{1+t^2} \\ y &= \frac{at^3}{1+t^2} \end{aligned}$$

$$r = a \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi}{\cos \varphi}$$

### Tractriz

La tractriz es la trayectoria de un objeto (P) arrastrado por una cuerda de longitud constante (a) cuando el extremo que se jala (A) se mueve a lo largo de una recta horizontal.



Se expresa mediante:

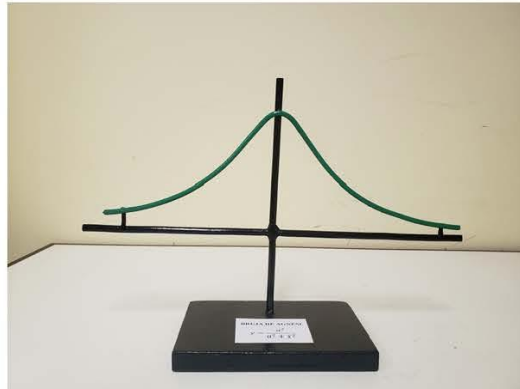
$$x = a \ln \frac{a \pm \sqrt{a^2 - y^2}}{y} \mp \sqrt{a^2 - y^2}$$

**Consolidación:**

Interactuar con las siguientes preguntas:

1. ¿Qué diferencia existe entre la cisoide de Diocles y la tractriz?
2. ¿Cuál es la relación de la curva de Agnesi con una parábola?
3. ¿En qué lugares de nuestro entorno se puede encontrar una curva de Agnesi?

**Figura # 25**



**Bruja de Agnesi**

**Figura # 26**



**Cisoide de Diocles**

**Figura # 27**



**Trictriz**

**GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DOCENTE**

---

## Conclusiones

- Este proyecto ha estado encaminado a mejorar la enseñanza de la asignatura de Geometría Analítica Plana con la ayuda de herramientas que sean manipulables tanto por el docente como por el estudiante y así poder disminuir el nivel de abstracción que ha generado la asignatura y que se ha evidenciado con la metodología empleada.
- El problema se comprobó de manera cuantitativa y cualitativa con la ayuda de dos tipos de técnicas de investigación, es decir, por medio de la aplicación de encuestas dirigidas hacia los estudiantes, encuestas que fueron analizadas y procesadas en el segundo capítulo; al igual una entrevista dirigida hacia los docentes quienes con su experiencia aportaron información de mejor manera para evidenciar la problemática.
- La propuesta educativa, se la hizo de manera estructurada y sistematizada, de acuerdo a cada tema pertinente, incluyendo actividades innovadoras y fotografías para uso de la comunidad educativa, dejando así muy claro los momentos cada clase.
- Todo el material didáctico fue previamente diseñado para ser construido, las maquetas fueron elaboradas con un material resistente y apto para su manipulación, al igual que fueron pintadas con colores específicos y llamativos para cada tema, resaltando así la importancia de cada elemento y complementando con esto la guía propuesta y mejor aún la comprensión de los estudiantes.



---

## Recomendaciones

- Se recomienda que el material didáctico como la guía sean herramientas utilizadas de manera conjunta para lograr un mejor entendimiento, puesto que la guía es el instrumento que explica de manera muy detallada la utilidad y aplicación de cada maqueta.
- Utilizar la bibliografía que se incluye en la guía didáctica y proponer más y mejores actividades dinámicas para que los estudiantes tengan un aprendizaje significativo.
- Relacionar los temas de la Geometría Analítica Plana con ejercicios aplicados a la vida cotidiana para favorecer al estudiante con su constructivismo y despertar su interés.
- Incentivar el uso de material didáctico que exista en la vida cotidiana, mismo que conste de una guía didáctica para manejarlo de manera clara.
- Es recomendable que tanto la guía como el material didáctico sean dirigidos y puestos en práctica por los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física.

---

## Referencias

- Álvarez, F., Rodríguez Perez, J. R., Sanz Ablanado, E., & Martínez, F. (2008). Aprender Enseñando: Elaboración de Materiales Didácticos que facilitan el Aprendizaje. *Formación universitaria*, 19-28.
- Amador Echeverría, Y. (marzo de 2018). *Grupo Eumed*. Obtenido de [www.eumed.net/](https://www.eumed.net/actas/18/educacion/67-el-modelo-pedagogico-tradicional-arquetipo.pdf): <https://www.eumed.net/actas/18/educacion/67-el-modelo-pedagogico-tradicional-arquetipo.pdf>
- Araya, V., Alfaro, M., & Andonegui, M. (2007). CONSTRUCTIVISMO: ORIGENES Y PERSPECTIVAS. *Laurus*, 9-15.
- Fernández García, M. d. (s.f.). Obtenido de <http://www.red-mat.unam.mx>:  
<http://www.red-mat.unam.mx/foro/volumenes/vol024/MaterialDeApoyoEnMaple9.pdf>
- Friz Carrillo, M., Sanhueza Henríquez, S., & Sánchez Bravo, A. (2009). Conocimientos que poseen los estudiantes de pedagogía en dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). *Redalyc*, 47-62.
- García Hernández, I., & de la Cruz Blanco, G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *SciELO*, 164-175.
- Herrera Villamizar, N. L., Montenegro Velandia, W., & Poveda Jaimes, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Virtual Universitaria Católica de Norte*, 254-287.
- Herrera, I.M. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Madrid, España.

- Lehmann, C. H. (1989). *Geometría Analítica*. México: Limusa. Obtenido de es.slideshare.net.
- Leiva, C. (2005). Conductismo, cognitivismo y aprendizaje. *Tecnológico de Costa Ricas*, 66-73.
- Mendoza Orellana, E. (2009). *Temas básicos de pedagogía*. Cuenca: Impreso.
- Morales Muñoz, P. A. (2012). Elaboración de material didáctico. *Red tercer milenio*, 10-44. Obtenido de aliat: [http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/derecho\\_y\\_ciencias\\_sociales/Elaboracion\\_material\\_didactico.pdf](http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/derecho_y_ciencias_sociales/Elaboracion_material_didactico.pdf)
- Olalquiaga, P., & Olalquiaga, A. (Diciembre de 2005). Obtenido de [www.esteyco.com: https://www.esteyco.com/wp-content/uploads/2017/01/El-libro-de-las-Curvas.pdf](https://www.esteyco.com/wp-content/uploads/2017/01/El-libro-de-las-Curvas.pdf)
- Rodríguez, J. A. (31 de enero de 2013). *UNIR*. Obtenido de Universidad Internacional de la Rioja : [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1911/2013\\_02\\_04\\_TFM\\_ESTUDIO\\_DEL\\_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1911/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Rossell, C., Girón, V., & Hernández, L. F. (Septiembre de 2016). *Teorías de aprendizaje*. Obtenido de [teoriasdeaprendizajesite.wordpress.com](https://teoriasdeaprendizajesite.wordpress.com): <https://teoriasdeaprendizajesite.wordpress.com>
- Sánchez Mena, F. J. (1 de julio de 2014). *Universidad de Valladolid*. Obtenido de [uvadoc: https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/6011/TFG-](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/6011/TFG-)

---

O%20184.pdf;jsessionid=67462BA419F21A7D22AF5C1C55B2EC97?sequence=1

Sandoval, V, & Blanco, S. (2014). *Teorías constructivistas de aprendizaje*.

Universidad Académica de Humanismo Cristiano, Santiago, Chile.

Vilena Muñoz, M. (s.f.). Obtenido de [www.dspace.espol.edu.ec](http://www.dspace.espol.edu.ec):

<https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/781/3/1487.pdf>

# Anexos

---

**UNIVERSIDAD DE CUENCA****FACULTAD DE FIOGRAFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN****Entrevista para docentes**

## Plantilla de preguntas

1. ¿Qué opina sobre el ingreso de los estudiantes a la carrera de Matemáticas y Física acerca de que poseen un nivel de conocimientos poco adecuado como para abordar la asignatura de Geometría Analítica?
2. ¿Considera que esta asignatura en algunos casos se torna necesariamente teórica? ¿Por qué?
3. ¿Cree conveniente que dentro de su clase, el uso de recursos didácticos y de una apropiada guía didáctica le ayude a facilitar la comprensión de los temas de esta asignatura? ¿Por qué?
4. ¿Piensa usted que dentro de la guía didáctica debe existir relación con la realidad y contextualizarla con el entorno? ¿Por qué?
5. ¿Cuáles fueron los recursos didácticos que utilizó para impartir su clase?
6. ¿Considera que el material didáctico tiene beneficios dentro del proceso de enseñanza? ¿Por qué?
7. Podría recomendarnos algunos temas en los cuales sea necesario emplear material didáctico y sea factible construirlos.

---

**UNIVERSIDAD DE CUENCA****FACULTAD DE FIOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

La presente encuesta tiene como finalidad recaudar información sobre Geometría Analítica Plana, información que después será procesada en el trabajo de titulación. Esperando contar con su completa honestidad, ante este documento le agradezco sinceramente. Los datos que en ella se consignen se tratarán de forma anónima.

**Instrucciones:** Conteste las siguientes interrogantes con honestidad y responsabilidad, de acuerdo a sus conocimientos como estudiante.

Marque con una X su respuesta.

- 1. ¿Cómo considera usted que fueron sus bases sobre Geometría Analítica al ingresar a la Universidad?**

\_\_\_ Alto  
\_\_\_ Medio  
\_\_\_ Bajo

- 2. ¿Cuál cree que fue el o los temas más complejos dentro de la asignatura de Geometría Analítica?**

---

---

---

- 3. ¿Cómo resultó para usted la asignatura de Geometría Analítica?**

Marque una respuesta	X
Muy fácil	
Fácil	
Ni fácil ni difícil	
Difícil	
Muy difícil	



4. De los factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, marque con una X el método que más se aproxime al recibir sus clases:

Marque una respuesta	X
Tradicional	<input type="checkbox"/>
Constructivista	<input type="checkbox"/>
Cognitivista	<input type="checkbox"/>
Conductista	<input type="checkbox"/>

5. ¿Se hizo uso de material concreto dentro de la asignatura de Geometría Analítica?

Marque una respuesta	X
Siempre	<input type="checkbox"/>
Casi siempre	<input type="checkbox"/>
Frecuentemente	<input type="checkbox"/>
A veces	<input type="checkbox"/>
Nunca	<input type="checkbox"/>

6. ¿Es conveniente que el profesor disponga de un tiempo específico para la práctica después de cada tema impartido en su clase?

☐ Muy de acuerdo  
☐ De acuerdo  
☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
☐ En desacuerdo  
☐ Totalmente en desacuerdo

7. Para el tema de “cónicas”, ¿Qué material concreto utilizó el docente?  
(Puede marcar más de una opción).

Marque una respuesta	X
Material concreto (circunferencia, elipse, parábola, etc.)	
Imágenes	
Videos	
Maquetas	
Otros	
Ninguno	

8. ¿De qué manera considera que se podría disminuir el nivel de abstracción de la asignatura?

Marque una respuesta	X
Material didáctico	
Aplicación de problemas	
Ejemplos contextualizados	
Resolución de ejercicios con mayor nivel de complejidad	
Otros	

9. En la escala numérica, considerando uno el más importante y cinco el de menor importancia, califique el uso de material didáctico dentro del aula.

Marque una respuesta	X
1 Muy importante	
2 Importante	
3 Medianamente necesario	
4 Necesario	
5 Nada necesario	

---

**10. ¿Cómo considera al material didáctico para resolver dudas y problemas de la Geometría Analítica dentro de su aprendizaje? ¿Cómo hubiera sido esa ayuda?**

- \_\_\_\_\_ Muy buena  
\_\_\_\_\_ Buena  
\_\_\_\_\_ Ni buena ni mala  
\_\_\_\_\_ Regular  
\_\_\_\_\_ Mala

**11. ¿Considera usted que sería conveniente utilizar material concreto, tangible y práctico para mejorar su aprendizaje en cuanto a los temas de la asignatura de Geometría Analítica se refiere?**

Sí \_\_\_\_\_

No \_\_\_\_\_

Argumente su respuesta:

---

---

---

---

25/4/2018

Correo de Universidad de Cuenca - RESOLUCION DE CONSEJO DIRECTIVO DE LA SESION DE FECHA 18 DE ABRIL DE 2018



UNIVERSIDAD DE CUENCA

ANGEL RIGOBERTO ENRIQUEZ TOCTO <angel.enriquez@ucuenca.edu.ec>

## RESOLUCION DE CONSEJO DIRECTIVO DE LA SESION DE FECHA 18 DE ABRIL DE 2018

1 mensaje

**GABRIELA RAQUEL MUNOZ TORRES** <gabriela.munozt@ucuenca.edu.ec>

19 de abril de 2018, 13:00

Para: MARIA FERNANDA REYES RIQUETTI <fernanda.reyes@ucuenca.edu.ec>, ANGEL RIGOBERTO ENRIQUEZ TOCTO <angel.enriquez@ucuenca.edu.ec>, EULALIA CATALINA FAICAN TIMBI <catalina.faican@ucuenca.edu.ec>, ELIANA MONSERRATH CUADRADO ORDONEZ <eliana.cuadradoo@ucuenca.edu.ec>, MARIA ALEXANDRA VILLAVICENCIO TORRES <alexandra.villavicencio@ucuenca.edu.ec>, PATRICIA ROCIO QUEZADA BERMEO <patricia.quezada@ucuenca.edu.ec>, LUIS HUMBERTO CHACON QUIZHPE <humberto.chaconq@ucuenca.edu.ec>, empleados\_fac.fil@ucuenca.edu.ec, DOCENTES FACULTAD FILOSOFIA <docentes.fac.filosofia@ucuenca.edu.ec>

Estimados docentes, funcionarios, y estudiantes de la Facultad de filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, envío las resoluciones de Consejo Directivo de fecha 18 de abril de 2018, respecto a las solicitudes estudiantiles.

### SOLICITUDES ESTUDIANTILES

a) Aprobación de esquemas de trabajo final de Titulación, las cuales constan con el informe de aprobación de la Junta Académica de Carrera, de los siguientes estudiantes:

El Consejo Directivo de la Facultad, por existir informe favorable de la Junta Académica de la respectiva Carrera, resolvió aprobar los siguientes diseños de trabajo de titulación y designó como su Director a:

NOMBRE DE ESTUDIANTE	CARRERA	MODALIDAD	TÍTULO DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	DIRECTOR	PLAZO CONCEDIDO
MARIA GABRIELA VAZQUEZ GONZALEZ	MATEMATICAS Y FISICA	TRABAJO DE TITULACION	ELABORACION DE MATERIAL DIDACTICO PARA SISTEMAS DE REFERENCIA Y OTROS ELEMENTOS DE LA GEOMETRIA ANALITICA PLANA COMO APOYO A LA FISICA	Dr. Santiago AVECILLAS	10 meses
JUAN MOISES PICHASACA GUAMAN	MATEMATICAS Y FISICA	TRABAJO DE TITULACION	RECURSOS DIDACTICOS PARA LA ENSEÑANZA DEL TEMA DE ENERGIA MECANICA PARA EL COLEGIO NACIONAL EL TAMBO DEL CANTON EL TAMBO	Mag. Patricio GUACHUM	10 meses

<https://mail.google.com/mail/u/0/?ui=2&ik=8cf7807f0a&jsver=EbpXWihQQLM.es.&view=pt&q=RESOLUCIONES&qs=true&search=query&th=162df1104722cacf&si>